



# Caractérisation et modélisation du comportement thermomécanique des matériaux métalliques : vers la prise en compte des hétérogénéités micro-structurales intrinsèques.

Laurent Bizet

## ► To cite this version:

Laurent Bizet. Caractérisation et modélisation du comportement thermomécanique des matériaux métalliques : vers la prise en compte des hétérogénéités micro-structurales intrinsèques.. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2016. Français. NNT : 2016GREAA001 . tel-01272833

**HAL Id: tel-01272833**

**<https://theses.hal.science/tel-01272833>**

Submitted on 11 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES**

Spécialité : **Sciences pour l'ingénieur**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Laurent BIZET**

Thèse dirigée par **Laurent TABOUROT** et  
codirigée par **Pascale BALLAND**

préparée au sein du **Laboratoire Systèmes et Matériaux pour la  
Mécatronique (SYMME)**  
dans l'**École Doctorale Sciences et Ingénierie des Systèmes  
de l'Environnement et des Organisations (SISEO)**

## **Caractérisation et modélisation du comportement thermomécanique des matériaux métalliques : vers la prise en compte des hétérogénéités micro- structurales intrinsèques**

Thèse soutenue publiquement le **07 janvier 2016**,  
devant le jury composé de :

**M. Marc FIVEL**

Directeur de recherche CNRS, INP Grenoble, Président

**Mme Sandrine THUILLIER**

Professeur, Université de Bretagne-Sud, Rapporteur

**Mme Anne-Marie HABRAKEN**

Directrice de recherches FNRS, Université de Liège, Rapporteur

**M. Tudor BALAN**

Maître de Conférences HDR, Arts et Métiers Paristech Metz, Membre

**Mme Pascale BALLAND**

Professeur, Université Savoie Mont Blanc, Co-directeur de thèse

**M. Laurent TABOUROT**

Professeur, Université Savoie Mont Blanc, Directeur de thèse





*A Estelle ...*





## REMERCIEMENTS

Je tiens tout d’abord à remercier Marc Fivel d’avoir accepté de présider mon jury de thèse et ce d’autant plus car il a déjà évalué une partie de mes travaux à mi-parcours. J’exprime également ma gratitude à Anne-Marie Habraken et Sandrine Thuillier d’avoir accepté d’être les rapporteurs de ce travail. Je remercie bien évidemment Tudor Balan d’une part pour sa participation à ce jury et d’autre part pour l’ensemble de sa collaboration durant mes travaux de thèse.

Je remercie chaleureusement l’ensemble des partenaires du projet XXS Forming, en particulier Pierre-Yves Manach, Raphaël Pesci, Jean-Luc Diot et Sébastien Toutain pour leur intérêt porté à mon travail et leur aide.

J’exprime toute ma gratitude à mes directeurs de thèse. Merci donc à Laurent Tabourot et Pascale Balland pour leur capacité (et surtout leur patience) à me former à la démarche scientifique. Leurs conseils précieux m’ont permis de travailler dans les meilleures conditions possibles. Je remercie plus particulièrement Laurent pour ses idées scientifiques foisonnantes et Pascale pour avoir justement su brider Laurent lorsque j’avais la tête sous l’eau ! Je garderais aussi en mémoire un trajet de retour de la Ferté-Bernard en compagnie de Laurent et Jean-Luc qui m’aura à la fois permis de visiter les urgences de Chateaudun (je les conseille, grandiose ...) puis de jouer au négociateur avec un forcené ayant pris en otage une barrière de péage à 3h du matin !

Un immense merci (ou pas : "en fait, t’es méchant !") à Ludovic Charleux pour m’avoir poussé à délaisser les figures moches faites en 5 minutes sous excel/powerpoint pour de belles figures vectorielles faites en plusieurs heures, voir plusieurs jours, sous python. Merci à lui pour ses compétences précieuses en simulation numérique et pour les sorties vélo du midi. Ces pauses salutaires sont aussi à mettre au crédit d’autres membres du laboratoire SYMME : merci donc pour ces séances intensives (Thomas, Gwyddyon, Yohan ...) ou ces sorties très, voire trop, contemplatives (Florian, uniquement).

Un grand merci à Christophe Déprés pour son aide et sa patience à me former et me faire acquérir quelques notions de dynamique des dislocations discrètes et à Laurent Goujon pour avoir compris que sans lui je chercherais encore l’icône de Labview sur le bureau du PC ...

Bref, merci à tous les membres du laboratoire pour leur aide, leurs conseils et leur bonne humeur. Un remerciement plus personnel à Blaise Girard, aussi rapide à répondre à mes demandes extravagantes en prototypage qu'à se laisser convaincre d'une sortie de ski de rando ; à Jérôme pour sa réactivité sur le support informatique mais aussi pour sa capacité à apprécier les fruits millésimés, cette dernière compétence étant partagée par J-C et Blaise, les terreurs des banquets des journées vertes. Un grand merci à Françoise pour les associations réussies gâteaux pérимés-champagne et enfin à Nassika pour ses compétences et sa gentillesse.

Je tiens aussi à remercier particulièrement Francis Adzima pour avoir été le seul à répondre à mes mails paniqués du 15 août de pré-conférence et pour son aide précieuse pour certaines simulations numériques mais surtout pour m'avoir fait découvrir le milieu culturel nocturne lorientais ... Merci aussi aux autres doctorants du LIMATB (Julien, Guillaume, Vasco) pour ce séjour mémorable !

Merci à tous ceux que j'ai pu oublier ici et qui, de près ou de loin, ont contribué à ce travail et ne prendront pas ombrage de cette malencontreuse omission.

Enfin, j'exprime ma profonde reconnaissance à mes parents, à mes amis mais surtout à Estelle pour son soutien tout au long de ces années difficiles mais tellement enrichissantes.

TABLE DES MATIÈRES

V

2.4	Influence des phénomènes réversibles sur le module d'Young . . . . .	39
2.4.1	Influence de la densité de dislocations . . . . .	40
2.4.2	Influence de la taille du grain . . . . .	42
2.4.3	Influence de l'orientation . . . . .	42
2.5	Modèle proposé pour le module d'Young . . . . .	45
2.6	Les moyens de mesure de E . . . . .	45
2.6.1	Mesure par parcours d'ondes ultrasonores . . . . .	46
2.6.2	Mesure vibratoire par la technique d'excitation par impulsion . . . . .	47
2.6.3	Mesure DMA en flexion 3 points . . . . .	49
2.6.4	Conclusion concernant l'étalonnage des moyens de mesure grâce aux ma- tériaux écoles . . . . .	50
2.7	Résultats des mesures expérimentales du module d'Young . . . . .	51
2.8	Mesures à froid . . . . .	52
2.9	Conclusion . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Prise en compte des hétérogénéités : applications</b>	<b>61</b>
3.1	Introduction . . . . .	61
3.2	Modélisation des boucles d'hystérésis par le modèle compartimenté . . . . .	62
3.3	Introduction d'hétérogénéités dans la modélisation d'un essai de compression d'anneau . . . . .	63
3.3.1	Méthode . . . . .	64
3.3.1.1	Matériau . . . . .	64
3.3.1.2	Machines d'essais . . . . .	65
3.3.1.3	Modèles proposés . . . . .	71
3.3.1.4	Simulation . . . . .	71
3.3.1.5	Critère de convergence . . . . .	73
3.3.2	Résultats et discussion . . . . .	74
3.3.2.1	Paramètres du comportement élastique . . . . .	74
3.3.2.2	Optimisation . . . . .	74
3.3.2.3	Simulations croisées . . . . .	76
3.3.3	Géométrie finale . . . . .	77
3.4	Opération de cambrage d'un connecteur . . . . .	79
3.4.1	Etat de l'art sur la mise en forme des tôles fines . . . . .	79
3.4.1.1	La striction . . . . .	80
3.4.1.2	Le plissement . . . . .	80
3.4.1.3	Le retour élastique . . . . .	81
3.4.2	La mise en forme des tôles minces . . . . .	82
3.4.2.1	Diminution de la contrainte d'écoulement . . . . .	83
3.4.2.2	Augmentation du coefficient de frottement . . . . .	83
3.4.2.3	Modification de l'anisotropie de déformation . . . . .	84

---

3.4.2.4	Diminution de la ductilité . . . . .	85
3.4.2.5	Dispersion des résultats . . . . .	86
3.4.3	Le cuivre béryllium . . . . .	87
3.4.4	Procédé de mise en forme . . . . .	89
3.4.5	Modèles proposés et prise en compte des hétérogénéités associées . . . . .	91
3.4.5.1	Modélisation phénoménologique . . . . .	91
3.4.5.2	Modélisation de plasticité cristalline . . . . .	96
3.4.5.3	Modélisation hybride compartimentée . . . . .	99
3.4.6	Résultats des simulations numériques et discussion . . . . .	100
3.5	Conclusion . . . . .	103
<b>Synthèse et perspectives</b>		<b>105</b>
<b>Table des figures</b>		<b>109</b>
<b>Liste des tableaux</b>		<b>115</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>117</b>



## LISTE DES SYMBOLES

$\alpha$	Coefficient de proportionnalité de la loi de plasticité cristalline
$\bar{\epsilon}$	Déformation équivalente
$\bar{\sigma}$	Contrainte équivalente
$\alpha_i$	Tenseurs du modèle d'écrouissage cinématique de Armstrong-Frederick
$\epsilon^{el}$	Tenseur des déformations élastiques
$\epsilon^p$	Tenseur des déformations plastiques
$\epsilon$	Tenseur des déformations
$\sigma$	Tenseur des contraintes
$a$	Matrice d'interaction des densités de dislocations
$C$	Tenseur des coefficients d'élasticité
$d$	Matrice d'écrouissage
$L_k$	Tenseurs modifiant le déviateur des contraintes du modèle de Bron et Besson
$R$	Tenseur d'orientation
$s_k$	Tenseurs déviateurs des contraintes modifiés de Bron et Besson
$S$	Tenseur déviateur des contraintes
$\delta$	Angle de phase
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\dot{\gamma}$	Vitesse d'écoulement
$\dot{\lambda}$	Multiplicateur plastique
$\epsilon_y, \epsilon_0$	Déformation à la limite élastique
$\epsilon_{LJ}, \sigma_{LJ}$	Paramètres du potentiel de Lennard-Jones



---

$\Gamma$	Paramètre de la distribution de densité de dislocations
$\mathcal{E}$	Critère de convergence
$\mu$	Module de cisaillement
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\omega$	Pulsation
$\Phi$	Nombre de grains dans l'épaisseur d'une tôle
$\rho$	Densité de dislocations
$\rho_v$	Masse volumique
$\sigma_0, \sigma_y, R_e$	Limite élastique
$\sigma_c$	Contrainte de cisaillement nécessaire au mouvement des dislocations de la loi de Hall-Petch
$\sigma_{sat\ HS}, C_{r\ HS}, n_{HS}$	Paramètres du modèle d'écrouissage isotrope de Hockett-Sherby
$\sigma_{y\ mean}, \sigma_{sat}, n$	Paramètres du modèle hybride compartimenté
$\tau$	Cission résolue
$\tau_\mu$	Cission critique
$\mathbf{X}$	Variable d'écrouissage cinématique
$\theta$	Angle de retour élastique
$a, b_1, b_2, \alpha_1, c_1^1, c_1^2, c_1^3, c_1^4, c_2^1, c_2^2, c_2^3, c_2^4$	Paramètres du modèle anisotrope de Bron et Besson
$A\%$	Allongement maximal à rupture
$b$	Norme du vecteur de Burgers
$C_L$	Vitesse de propagation des ondes transverses
$C_T$	Vitesse de propagation des ondes longitudinales
$C_{X_1}, B_{X_1}, C_{X_2}, B_{X_2}, C_{X_3}, B_{X_3}, H_X$	Paramètres du modèle d'écrouissage cinématique de Armstrong-Frederick + Prager
$d$	Taille de grain
$E$	Module d'Young
$E'$	Module élastique ou de conservation
$E''$	Module visqueux ou de perte
$E^*$	Module complexe
$E_0, E_a, \beta$	Paramètres de la loi de Yoshida-Uemori

---

$E_d, \epsilon_d$	Module d'élasticité lié à l'influence des dislocations et déformation associée
$E_p, \epsilon_p$	Module d'élasticité des liaisons atomiques et déformation associée
$F$	Force
$f$	Fréquence
$I$	Moment quadratique
$j$	Unité imaginaire
$K_a$	Nombre moyen d'obstacles avant arrêt
$k_B$	Constante de Boltzmann
$K_H, n_H$	Paramètres de la loi de Hollomon
$K_S, n_S, \epsilon_0$	Paramètres de la loi de Swift
$k_T$	Constante convective
$k_{HP}$	Constante de Hall-Petch
$m$	Coefficient de sensibilité à la vitesse du modèle de plasticité cristalline
$p$	Déformation plastique cumulée
$R$	Variable d'écrouissage isotrope
$r$	Distance interatomique
$R_c$	Rayon de courbure d'une dislocation
$R_m$	Contrainte maximale avant rupture
$r_\phi$	Coefficient de Lankford
$T$	Température
$t$	Temps
$U$	Potentiel interatomique
$U_a$	Potentiel interatomique attractif
$U_r$	Potentiel interatomique répulsif
$x$	Déplacement
$X_i$	Facteur lié au mode de résonance $i$
$y_c$	Distance moyenne d'annihilation de deux dislocations



Dans le domaine de conformation des matériaux métalliques par déformation plastique, la prédiction de la déformation et des contraintes subies par les matériaux lors de leur mise en forme requiert l'utilisation de modèles de comportement des matériaux. Ceux-ci sont essentiellement développés dans le cadre de la mécanique des milieux continus (MMC). L'hypothèse forte, si ce n'est centrale, de la MMC consiste à considérer que les variables qui servent à déterminer le comportement du matériau sont continues et dérivables.

Cependant, les connaissances les plus élémentaires de métallurgie indiquent que les grandeurs locales dans les matériaux sont discontinues. En particulier, les métaux sont par nature granulaires et la déformation plastique s'opère par des glissements atomiques dans des plans atomiques denses restreints en nombre et très bien identifiés. Ainsi par exemple, une mesure de la contrainte qui se définit comme le rapport d'une force sur une surface élémentaire dépend fortement de la surface considérée pour sa détermination. Pratiquement, faire diminuer continuellement la surface (au sens d'un passage à la limite) et mesurer la force correspondante, en dehors des difficultés pratiques posées, expose l'expérimentateur à des divergences très importantes de la valeur contrainte ainsi déterminée, dès l'instant où l'on se rapproche de dimensions internes caractéristiques (taille de grain, taille des sous-structures par exemple). Il n'est même pas certain de parvenir à faire converger le résultat vers une valeur constante en faisant tendre la surface vers zéro.

Pour surmonter cet obstacle à l'application idéalisée de la MMC et surtout celui inhérent au calcul effectif des dérivées de grandeurs mécaniques, le théoricien indique « simplement » que l'élément de volume dans lequel ces fluctuations sont observées est suffisamment grand pour être statistiquement représentatif mais suffisamment petit pour permettre un calcul raisonnable et approché de la dérivée. Le passage à la limite pour les fonctions dérivées s'effectue dans le respect de ces préconisations sachant que cette notion de volume élémentaire représentatif (VER) reste relativement abstraite dans la mesure où aucune préconisation pratique n'existe dans la littérature concernant la taille précise de ces volumes (en taille, en nombre de grains...). Actuellement donc, la majorité des modèles de comportement mécanique des matériaux métalliques repose sur la définition, un peu floue à certains égards, d'un volume élémentaire représentatif.

Les propriétés de ce VER doivent ainsi être indépendantes de la localisation de celui-ci dans la structure étudiée si l'on suppose que celle-ci présente un caractère homogène à cette échelle. La modélisation de la structure globale représente le matériau comme une duplication de ce volume élémentaire dans les 3 directions de l'espace. Et donc, une propriété corollaire (indispensable) utilisée systématiquement par les modélisateurs est que ce matériau est homogène en regard des propriétés mécaniques (qui sont donc des propriétés moyennes) du VER. (Pseudo) homogénéité et (pseudo) continuité sont donc apparentées à des paradigmes essentiels sur lesquels repose de façon quasi incontournable toute modélisation du comportement mécanique des matériaux métalliques. L'homogénéité est sans doute l'une des hypothèses les plus fortes et elle n'est pratiquement jamais remise en question par les spécialistes de la modélisation du comportement des matériaux métalliques.

Une façon d'introduire différentes sources d'hétérogénéités dans la modélisation du comportement mécanique des matériaux à l'échelle « polycristalline » est d'utiliser des modèles de plasticité cristalline (description du matériau à une échelle intra granulaire) car ceux-ci prennent en compte la distribution des orientations, la géométrie des grains et peuvent même, selon la finesse de la solution, rendre compte d'une distribution du glissement plastique à l'intérieur du grain. Utilisés pour des simulations d'opérations de formage, ces modèles génèrent cependant des calculs dont la durée est incompatible avec une utilisation dans un cadre industriel. Il faut également indiquer que même à ce niveau de description on n'échappe pas au cadre « adapté » de la MMC dans la mesure où l'on considère qu'il existe un VER de taille subgranulaire qui vérifie les postulats énoncés ci-dessus (homogénéité et possibilité de passage à la limite en dérogeant au principe de convergence vers zéro de l'élément infinitésimal). Le VER doit contenir un nombre minimal de dislocations pour qu'il soit représentatif d'un comportement intragranulaire moyen typique. Ce type de modélisation permet donc de retrouver certaines formes d'hétérogénéités et de discontinuités mais pas toutes, puisqu'à l'intérieur du VER se produisent différents phénomènes non homogènes et non continus car le glissement des dislocations est discret et hétérogène. Il existe cependant des outils d'exploration numériques et expérimentaux qui permettent d'avoir désormais accès à des mesures plus fines. Il convient alors de s'interroger opportunément sur un éventuel bénéfice à utiliser ces outils pour appréhender le comportement interne du VER, notamment au niveau intragranulaire. En particulier les travaux effectués par Déprés *et al.* [16] utilisant l'outil de dynamique des dislocations discrètes permettent de montrer que les dislocations distribuées au sein du cristal engendrent inévitablement en contrepartie une distribution du glissement au sein du VER. Cette hétérogénéité explique alors de nombreux phénomènes et propriétés observées pour les matériaux métalliques, l'écrouissage cinématique en est une bonne illustration. Ces travaux nous incitent donc à nous questionner sur l'intérêt d'introduire l'hétérogénéité à l'échelle macroscopique de la description du comportement des matériaux métalliques. Les résultats proposés nous incitent en effet à considérer très sérieusement l'introduction d'hétérogénéités comme un vecteur notable d'évolution possible de la qualité des modèles de comportement. En particulier, il semble que cette hétérogénéité remette en ques-

tion la conventionnelle transition comportement élastique pur/comportement élastoplastique au profit d'un comportement mixte où plasticité et élasticité coexistent en permanence dès les plus faibles sollicitations à l'image de ce qu'on explique habituellement dans le cadre d'étude sur la fatigue des matériaux. Il serait donc possible de recourir aux modélisations qui intègrent la prise en compte de phénomènes physiques comme ceux mentionnés plus haut pour rendre compte d'emblée de certains effets macroscopiques induits directement par les hétérogénéités. Toutefois, la gestion de ces modèles de plasticité cristalline dans le cadre de simulations industrielles est difficile. Les modèles plus classiques (souvent qualifiés de phénoménologiques) décrivent, quant à eux, le comportement du matériau sans considérer l'origine fondamentale de la déformation et « nient » en quelque sorte l'hétérogénéité intrinsèque des matériaux métalliques. Leur domaine d'application est souvent limité à la description des expériences qui ont servi à leur construction. La capacité d'extrapolation de ces modèles est en effet, par construction, relativement limitée. Ainsi, la prise en compte de phénomènes supplémentaires passe globalement par l'introduction de paramètres descriptifs additionnels. Ceci implique un travail important d'identification de paramètres de loi de comportement pour un cadre assez restrictif d'utilisation.

Dans ce contexte, il semble alors pertinent d'introduire les hétérogénéités dans un modèle de type phénoménologique. Au-delà de l'intérêt conceptuel, il pourrait alors être intéressant de prendre en compte ces hétérogénéités dans la modélisation du comportement des matériaux lors de leur mise en forme. Ainsi un modèle permettant de prédire le comportement macroscopique d'un matériau tout en prenant en compte les phénomènes liés à l'hétérogénéité de comportement de la microstructure pourrait s'avérer une voie prometteuse de recherche.

L'objectif de cette thèse est alors double. Le premier est d'étudier la pertinence de la prise en compte des hétérogénéités à petite échelle dans la modélisation du comportement des matériaux. Le second est d'analyser les effets qu'engendre cette prise en compte des hétérogénéités afin de déterminer l'intérêt d'une telle modélisation.

Dans le premier chapitre, il s'agit de faire le point sur les différents types de modélisations permettant de décrire la mise en forme des matériaux. Les modèles ainsi présentés sont construits sur une représentation homogène des matériaux ou en intégrant les hétérogénéités intrinsèques de ceux-ci. Une revue des modélisations qui prennent en compte ces hétérogénéités est effectuée et précise pour chaque modèle le type et le degré d'hétérogénéité pris en compte. Du fait du petit nombre de modèles qui intègrent la description des hétérogénéités de petite échelle dans la simulation du comportement des matériaux métalliques lors de leur mise en forme, cet état des lieux n'est volontairement pas restreint aux matériaux métalliques et vise à faire le point sur l'utilisation des modélisations qui prennent en compte les hétérogénéités pour différents matériaux comme les matériaux composites ou les bétons. Concernant les matériaux métalliques, le modèle compartimenté permet la description de phénomènes comme l'écrouissage cinématique, la localisation ou la décroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique par le biais de l'introduction d'une distribution locale d'hétérogénéités de comportement.

Le deuxième chapitre s'attache à mesurer les effets de la prise en compte des hétérogénéités notamment ceux qui remettent en cause ou questionnent la définition du module élastique. En effet, il existe de nombreuses « anomalies » du comportement réversible dont on a habitude de convenir qu'il est pourtant linéaire. En fait, la valeur mesurée effectivement du module d'Young dépend non linéairement de plusieurs facteurs comme par exemple le taux de déformation plastique. Ce chapitre se focalise donc sur le rôle des hétérogénéités des propriétés mécaniques et de leur incidence sur le comportement mécanique des matériaux métalliques et ce dès le début de la déformation.

Le troisième chapitre présente trois applications de la prise en compte des hétérogénéités lors de simulations numériques.

Dans un premier temps, une application du modèle hybride compartimenté à la modélisation d'un cycle de pré-charge, décharge jusqu'à contrainte nulle et rechargement d'un essai de traction uni-axiale est présentée.

La deuxième application est un essai de compression d'anneau et s'inscrit dans le cadre du programme FUI (Fonds Unique Interministériel) DEFI (DEformation par Formage Innovant) qui vise à promouvoir de nouvelles formes de formage comme alternatives à l'usinage classique pour l'industrie du décolletage. L'opération de formage de l'étude s'effectue sur un matériau brut sous la forme de virole. Un volet du programme concerne la caractérisation du matériau avec une étude des essais pertinents pour déterminer les caractéristiques mécaniques du matériau. Afin de rester au plus près du procédé de fabrication, l'essai de compression d'anneau a été retenu. Cet essai permet d'avoir accès directement au module d'Young et à la limite élastique du matériau et de déterminer sa courbe de référence plastique par identification inverse grâce à la simulation numérique. Plusieurs résultats numériques obtenus avec différents modèles (représentations 2D et 3D, homogènes et hétérogènes) sont comparés aux essais expérimentaux.

Le troisième exemple applicatif de la prise en compte des hétérogénéités dans une modélisation pour simuler la mise en forme d'une tôle mince s'inscrit dans le projet XXS Forming du programme MATEPRO (Matériaux et Procédés pour des Produits Performants), financé avec le soutien de l'ANR (Agence Nationale de la Recherche). L'objectif principal du projet est de mettre au point l'ensemble de la chaîne de connaissances et d'outils nécessaire à la virtualisation des procédés de micro-formage des tôles fines en vue de leur optimisation, conduisant ainsi à un accroissement de la valeur économique ajoutée du produit. Dans un premier temps, une bibliographie est établie sur la définition ainsi que sur les spécificités de la mise en forme des tôles minces. Une application à un cas industriel est ensuite présentée. Trois modèles du comportement plastique du cuivre sont utilisés pour simuler la mise en forme par pliage d'un connecteur d'épaisseur ultra fine. Les modèles proposés sont des modèles qui induisent différents schémas de contraintes internes et donc de stockage d'énergie élastique. Ainsi, l'impact sur le retour élastique d'un modèle phénoménologique élasto-plastique avec écrouissage mixte, d'un modèle de plasticité cristalline et d'un modèle compartimenté est évalué sur la mise en forme de ce composant industriel.

En conclusion, une synthèse de ces travaux est présentée. Il s'agit notamment de repréciser que l'intégration des hétérogénéités de propriétés mécaniques locales fait sens. Les perspectives qui font suite à ces considérations sont alors développées.





# CHAPITRE 1

## ETAT DE L'ART : LES HÉTÉROGÉNÉITÉS DANS LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX

### 1.1 Introduction

La prédiction de la géométrie d'une pièce mise en forme par déformation plastique grâce à un logiciel de calcul par éléments finis (EF) s'effectue en suivant de façon séquentielle différentes étapes : la caractérisation thermo-mécanique du matériau, la modélisation de son comportement et son intégration dans un logiciel EF, puis la mise en données et la simulation de l'opération de formage. La phase de modélisation consiste entre autre à identifier quel type de modèle de comportement est le plus approprié pour prédire les réactions du matériau lors de l'opération de formage. Il faut alors déterminer la sensibilité du matériau à différents facteurs. Une mise en forme qui s'effectue avec une grande vitesse de déformation nécessite ainsi une étude de la sensibilité à la vitesse de déformation ou à la température. De même, les modèles ne sont pas suffisamment polyvalents pour décrire un comportement lors de cycles à faible taux de déformations et de grandes déformations monotones. Il faut alors sélectionner le modèle *ad hoc* pour rendre compte au mieux du comportement du matériau dans le cadre de son utilisation. Les conditions de caractérisation mécanique du matériau doivent alors se rapprocher au plus près des conditions de mise en forme du procédé.

L'objet de ces travaux est de montrer que la prise en compte des hétérogénéités dans la modélisation du comportement des matériaux est pertinente et contribue à l'amélioration de la prédiction des simulations de mise en forme en élargissant le potentiel prédictif des modèles ainsi construits. Dans un premier temps, une description des natures des hétérogénéités dans les matériaux métalliques est effectuée. Une revue des différents types de modélisations susceptibles d'être utilisées en simulation numérique est ensuite réalisée. Le principe général de construction des modélisations phénoménologiques homogènes est tout d'abord explicité suivi d'un bilan

Dimension	Type	Dimension caractéristique	Rôle
0	Lacunes	Concentration : $\approx 10^{-4}$ à température de fusion $\approx 10^{-15}$ à température ambiante	Diffusion à l'état solide
	Défauts interstitiels	Concentration : $\approx 10^{-10}$ à température de fusion $\approx 10^{-30}$ à température ambiante	
	Atomes étrangers		Propriétés mécaniques ; conductibilité électrique des isolants et des semi-conducteurs
	Défauts de Frenkel et de Schottky	Concentration : $\approx 10^{-15}$ à température ambiante	Conductibilité électrique des cristaux ioniques
1	Dislocations	Densité : $\approx 10^6$ à $10^{12}$ $\text{cm}^{-2}$ (métaux) $\approx 10^4$ $\text{cm}^{-2}$ (cristaux ioniques)	Propriétés mécaniques
2	Mâcles, joints de grains, défauts d'empilement	Taille des grains : de quelques $\mu\text{m}$ au $\text{cm}$	Propriétés mécaniques
3	Précipités, inclusions	Dimensions : de quelques $\text{nm}$ à $100$ $\text{mm}$	Propriétés mécaniques ; traitement thermique ; propriétés magnétiques

Tableau 1.1 – Origine des hétérogénéités dans les métaux.

de l'utilisation des modélisations présentant un certain degré d'hétérogénéités dans différents champs non exhaustifs de la mécanique.

## 1.2 Nature des hétérogénéités dans les matériaux métalliques

L'origine des hétérogénéités qui ont une influence sur les propriétés mécaniques et donc sur le comportement mécanique des matériaux métalliques est multiple. A un niveau multi-granulaire, ces hétérogénéités sont les distributions de l'orientation cristalline et de la taille des grains. Au niveau intra-granulaire, cette hétérogénéité découle tout d'abord de la présence de défauts dans l'arrangement cristallographique du matériau. Cette section n'a pas vocation à recenser exhaustivement l'ensemble de ces hétérogénéités mais plutôt à montrer que l'hypothèse d'un matériau homogène est une hypothèse (très) réductrice de la réalité lorsqu'elle est utilisée pour la modélisation du comportement de celui-ci. Le tableau 1.1<sup>1</sup> présente les différents types de défauts dans les matériaux métalliques ayant un impact sur les propriétés locales qui ont par ricochet un

1. "Au cœur des matériaux cristallins". Cours de P.Lours et F.Baillon, école des Mines d'Albi

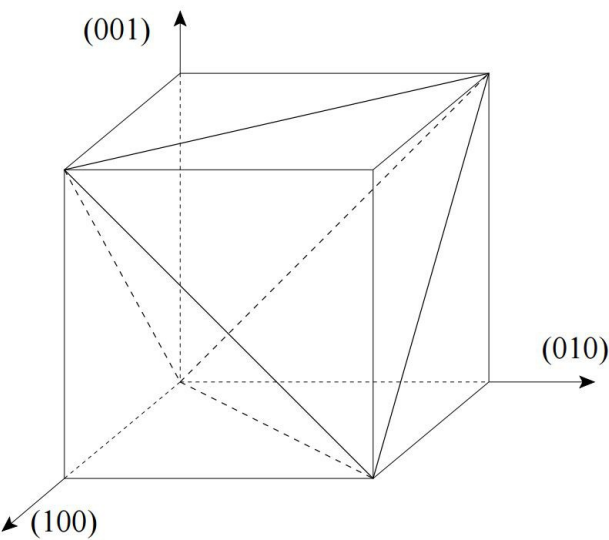


Figure 1.1 – Les 4 plans de glissement  $\{111\}$  de la maille cubique face centrée : le tétraèdre de Thompson.

Plan de glissement	Direction de glissement					
	[011]	[0 $\bar{1}$ 1]	[101]	[ $\bar{1}$ 01]	[ $\bar{1}$ 10]	[110]
( $\bar{1}$ 11)		A2	A3			A6
(111)		B2		B4	B5	
( $\bar{1}\bar{1}$ 1)	C1		C3		C5	
(1 $\bar{1}$ 1)	D1			D4		D6

Tableau 1.2 – Convention de Schmid et Boas pour désigner les systèmes de glissement dans la structure CFC.

impact sur le comportement macroscopique de ceux-ci. Ces défauts sont catalogués en fonction de leur caractéristique dimensionnelle. A température ambiante, la déformation plastique provient du cisaillement de plans atomiques où la présence des défauts linéaires, les dislocations, facilite sa mise en œuvre. Ces dislocations sont susceptibles d’interagir avec les autres défauts, ponctuels (lacunes, impuretés, agrégats), linéaires (autres dislocations) ou planaires (joints de grains). Le mécanisme de la déformation plastique est donc le glissement de la dislocation, éventuellement perturbé par les autres défauts, dans des plans atomiques préférentiels dépendant de la structure cristalline du matériau. Pour les matériaux présentant une structure cristalline cubique à faces centrées (CFC) les plans de glissement des dislocations sont de type  $\{111\}$  et au nombre de 4 pour une maille élémentaire (figure 1.1). Chacun de ces plans atomiques possède trois directions denses  $\langle 110 \rangle$ . L’ensemble des systèmes de glissement dans la maille élémentaire CFC est présenté dans le tableau 1.2. Ces systèmes de glissement peuvent être représentés sur une projection stéréographique (figure 1.2).

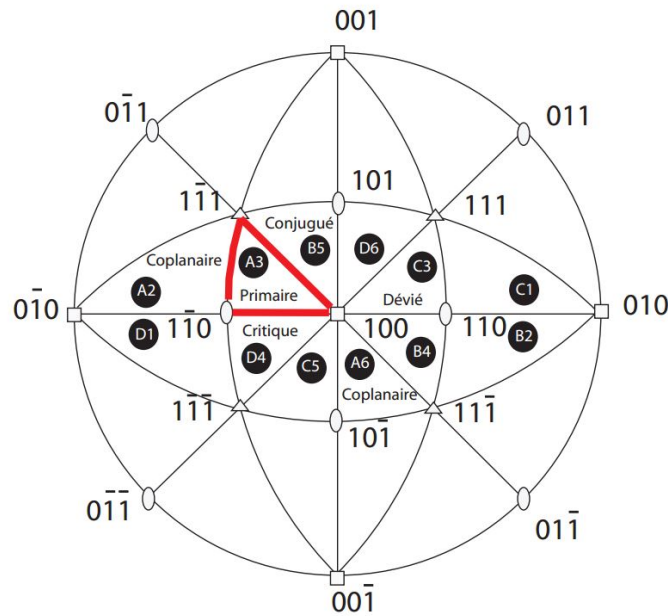


Figure 1.2 – Projection stéréographique faisant apparaître les symétries de la structure cubique à faces centrées. Les systèmes activables en traction uni-axiale sont donnés pour chaque triangle. Source : De Sansal [14] d'après Hosford [35].

Pour le système A3 par exemple, les systèmes A2 et A6 sont les systèmes coplanaires (ces systèmes ont en effet le même plan de glissement ( $\bar{1}11$ )), le système C3 est un système autorisant un glissement dévié (même vecteur de Burger  $[0\bar{1}1]$  que la dislocation du système A3). Lorsque le système A3 est activé en traction simple, la rotation du cristal (voir figure 1.3) tend à positionner l'axe de traction de façon à permettre l'activation du système conjugué B5. Ainsi dans le cas d'un essai de traction sur un monocristal, le ou les systèmes actifs au début de la déformation sont déterminés à partir de l'orientation de la direction de traction par rapport à la maille élémentaire. La déformation plastique étant issue du mouvement des dislocations sur les systèmes actifs de glissement, il convient donc de noter que les mécanismes à l'origine de la déformation dans les monocristaux sont des mécanismes discrets qui ont lieu sur un ensemble défini de plans de glissement.

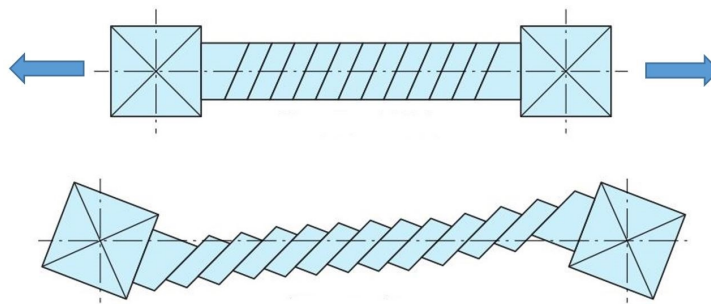


Figure 1.3 – Effet de l'activation d'un système en configuration de glissement simple initial. La rotation est susceptible de permettre l'activation du système conjugué. Source : Forest et Fivel [26].

De plus, cette hétérogénéité de la déformation existe aussi au niveau polycristallin. En effet, la déformation plastique se déclenche d'abord dans les grains dont l'orientation est la plus favorable à la déformation.

La taille du grain intervient dans l'évolution de la limite élastique apparente macroscopique du matériau. L'évolution de la limite élastique en fonction de la taille de grain est donnée par la loi de Hall-Petch 1.1 :

$$\sigma_0 = \sigma_c + \frac{k_{HP}}{\sqrt{d}} , \quad (1.1)$$

avec  $\sigma_0$  la limite d'élasticité en cisaillement,  $\sigma_c$  la contrainte de cisaillement nécessaire au mouvement des dislocations dans le réseau parfait,  $d$  la taille de grain et  $k_{HP}$  la constante de Hall-Petch dépendant du matériau. La plupart des explications depuis la détermination de cette loi se fonde sur un phénomène de concentration de contraintes aux joints de grains [31] [56]. En effet, sous l'effet d'une contrainte extérieure, les dislocations se déplacent dans le matériau jusqu'à rencontrer un obstacle et vont s'empiler. Ces obstacles difficiles à franchir sont par exemple d'autres dislocations, des précipités ou des joints de grains. Une contrainte appliquée donnée détermine un gradient de densité de dislocations entre une source de dislocations et un obstacle donné. Les dislocations proches d'un joint de grains induisent une contrainte supplémentaire qui, à partir d'une certaine intensité déclenche le glissement dans le grain voisin. Cependant, cet empilement est rarement observé dans des matériaux qui suivent cependant la loi de Hall-Petch comme l'aluminium. En accord avec ce constat, Louchet *et al.* [46] ont effectué des mesures acoustiques du bruit produit par les dislocations lors de la déformation et ont montré que, loin d'être continue, la déformation se produit par intermittence, par mouvements collectifs de dislocations qu'ils ont dénommés « avalanches ». Ce mouvement collectif est susceptible de déclencher des répliques dans les grains voisins si l'énergie libérée par une avalanche est trop importante pour être absorbée par le grain en question.

Il semble alors difficile d'utiliser des modèles homogènes phénoménologiques, qui ne prennent pas en compte ces hétérogénéités de déformation, pour modéliser le comportement de certains matériaux. Ainsi, la prédiction du comportement lors d'une mise en forme d'un monocristal ou d'un matériau présentant des dimensions de grains importantes en regard des dimensions de la pièce, ne peut s'envisager avec une modélisation homogène phénoménologique. Ce type de modélisation n'est alors pertinente que si la microstructure du matériau n'influe pas sur son comportement.

### 1.3 Modèles homogènes

Une modélisation qu'on qualifiera d'« homogène » implique qu'il est possible d'associer au matériau un comportement « moyen » identique en tout point du volume qu'il occupe. Dans ce sens, cette description du comportement du matériau se place à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER) intermédiaire. La taille de celui-ci est suffisamment importante afin de « gommer » si cela est possible, l'influence des hétérogénéités de la microstructure mais

assez petite pour avoir accès à une information objective lors de la simulation. Deux types de modèles se dégagent suivant l'échelle à laquelle on se place : une modélisation macroscopique et une modélisation micro-structurale. Le point de vue macroscopique regroupe les modèles phénoménologiques qui, à un tenseur des contraintes  $\sigma$  moyen, défini pour le VER, associent le tenseur des déformations  $\epsilon$ , moyen sur ce même VER. La construction de ces modélisations découle directement des conditions de mise en forme. Ainsi, la prise en compte, par exemple, de l'influence de la température ou de la sensibilité à la vitesse de déformation n'est pas incluse par défaut. Dans le cas d'un procédé mis en œuvre à haute température ou impliquant une grande vitesse de déformation, la sensibilité du matériau à ces paramètres doit être intégrée au modèle. Les modélisations microscopiques homogènes regroupent les modèles de plasticité cristalline du monocristal. L'analyse de la taille de grain moyenne par rapport à la plus petite dimension de la pièce à mettre en forme est un bon indicateur pour identifier si l'utilisation d'un modèle phénoménologique ou d'un modèle de plasticité cristalline est pertinente. En effet, si un comportement moyen ne peut plus être considéré dans la structure du matériau, la modélisation en plasticité cristalline devient alors incontournable. Cependant, bien que ce type de modélisation repose sur la description plus physique de la plasticité, elle reste toujours en partie phénoménologique au sens que, à l'échelle du grain, le comportement est toujours supposé homogène. Par exemple, l'effet des microstructures de dislocations qui se développent n'est pas décrit par les modélisations de plasticité cristalline. Dans un premier temps, la méthode de construction d'un modèle phénoménologique macroscopique élasto-plastique est présentée puis, la description d'un modèle microscopique de plasticité cristalline est décrit.

### 1.3.1 Modèle homogène macroscopique élasto-plastique

Suite à des essais de caractérisation mécaniques, le comportement d'un matériau peut être modélisé. Ce modèle de comportement dépend bien évidemment des propriétés mécaniques du matériau (matériau isotrope ou anisotrope par exemple), mais aussi du type de sollicitation de l'essai (traction/compression, cisaillement, flexion...). Cette section ne se veut pas être une liste exhaustive de l'ensemble des modélisations phénoménologiques utilisées actuellement mais présente une méthode type de construction d'un tel modèle.

Dans le cadre des petites déformations, la construction d'un modèle élasto-plastique repose sur la partition de la déformation totale en une déformation élastique et une déformation plastique. La relation est la suivante :

$$\epsilon = \epsilon^{el} + \epsilon^p , \quad (1.2)$$

où  $\epsilon$  est le tenseur des déformations,  $\epsilon^{el}$  est le tenseur des déformations élastiques et  $\epsilon^p$  le tenseur des déformations plastiques.

### 1.3.1.1 Loi de comportement élastique

Dans le cas des petites déformations élastiques, la relation entre le tenseur des contraintes  $\sigma$  et le tenseur des déformations  $\epsilon$  est décrite par la loi de Hooke généralisée (équation 1.3) :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} , \quad (1.3)$$

en appliquant la convention de sommation d'Einstein et où  $C_{ijkl}$  est le tenseur d'ordre 4 des coefficients d'élasticité. Dans le cas d'un matériau isotrope, les propriétés élastiques sont les mêmes dans toutes les directions. La formulation de la loi de Hooke est la suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left( \epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) , \quad (1.4)$$

avec  $\epsilon_{kk}$  la trace du tenseur des déformations,  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker,  $\nu$  le coefficient de Poisson et  $E$  le module d'Young. Ces relations sont valables pour des petites déformations et jusqu'à ce que la contrainte atteigne une valeur seuil souvent notée  $R_e$ . Cette valeur seuil correspond à la limite d'élasticité au-delà de laquelle il n'y a plus, à priori, de relation linéaire entre le tenseur des contraintes et celui des déformations. Les déformations dans le matériau ne sont plus uniquement élastiques : le matériau se plastifie.

### 1.3.1.2 Loi de comportement plastique

Afin de caractériser le comportement plastique, il est nécessaire de définir au préalable un critère de plasticité permettant de délimiter le domaine d'élasticité pure.

#### Critère de plasticité

Plusieurs critères de plasticité permettent de définir le domaine d'élasticité. Ces critères diffèrent par la formulation d'une fonction seuil  $f$  qui dépend du tenseur des contraintes et de l'état d'écrouissage. Cette fonction seuil  $f(\sigma_{ij})$  est un scalaire, souvent noté  $\bar{\sigma}$ . C'est ce scalaire qui est comparé à la limite d'élasticité  $\sigma_0$ , pour déterminer si le matériau plastifie ou non. Les contraintes équivalentes les plus utilisées sont celles de von Mises et Tresca pour les matériaux isotropes et les métaux.

- la définition de la contrainte équivalente de von Mises est :

$$\bar{\sigma}_{vM} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} , \quad (1.5)$$

avec  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$  .

On a donc :

$$\bar{\sigma}_{vM}^2 = \frac{3}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{1}{2} \sigma_{kk}^2 \quad (1.6)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \right] + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2) . \quad (1.7)$$



Le tenseur des contraintes est symétrique, il est donc diagonalisable. Pour les trois valeurs propres  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III}$  de ce tenseur diagonalisé, on associe trois directions orthogonales qualifiées de directions principales. La contrainte équivalente de von Mises s'écrit alors :

$$\bar{\sigma}_{vM}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 \right] . \quad (1.8)$$

– la contrainte équivalente de Tresca est définie par :

$$\bar{\sigma}_T = \sup(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_I - \sigma_{III}|) . \quad (1.9)$$

La limite d'élasticité est alors décrite par l'ensemble des états de contraintes qui vérifient l'équation suivante :

$$\bar{\sigma} - \sigma_0 = 0 , \quad (1.10)$$

avec  $\sigma_0$  la limite d'élasticité. Le tracé de la surface de charge correspondant à l'équation 1.10 dans l'espace des contraintes délimite alors le domaine des contraintes dans lequel le comportement du matériau est élastique.

### Variables d'écrouissage

La définition de la surface de charge par le type de contrainte équivalente choisie et la valeur de  $\sigma_0$ , ne suffit pas à décrire complètement un modèle plastique. En effet, la surface de charge varie au cours de la déformation plastique. L'écrouissage isotrope correspond à une dilatation homothétique de la surface de charge. L'écrouissage cinématique correspond à une variation de la position de la surface de charge. Deux variables sont alors introduites : une variable scalaire et une variable tensorielle.

La variable scalaire  $R$ , dite variable isotrope, définit la taille au cours de la déformation de la surface de charge. Pour les métaux, la variable d'écrouissage isotrope est couramment modélisée par une loi de Ludwick [48] :

$$R = \sigma_0 + K_H(\bar{\epsilon}^p)^{n_H} , \quad (1.11)$$

où  $\sigma_0$  est la limite d'élasticité et  $K_H(\bar{\epsilon}^p)^{n_H}$  une loi de Hollomon [34] avec  $K_H$  et  $n_H$  deux paramètres intrinsèques du matériau à identifier et  $\bar{\epsilon}^p$  la déformation plastique équivalente.

La variable tensorielle  $\mathbf{X}$ , dite variable cinématique, définit la position du centre de la surface de charge. Par exemple, deux modèles sont couramment utilisés pour décrire l'écrouissage cinématique :

- le modèle de Prager (écrouissage cinématique linéaire) défini par la variable cinématique  $\mathbf{X}$ , donnée par l'équation 1.12.

$$\mathbf{X} = C\boldsymbol{\epsilon}^p , \quad (1.12)$$

où  $C$  est un paramètre.

- le modèle d'Armstrong-Frederick [1] défini par la variable cinématique  $\mathbf{X}$ , dont la dérivée

temporelle est donnée par l'équation 1.13.

$$\dot{\mathbf{X}} = C\dot{\epsilon}^p - \gamma \mathbf{X}\dot{p} , \quad (1.13)$$

où  $C$  et  $\gamma$  sont deux paramètres et où  $\dot{p}$  est la vitesse de déformation associée à la déformation plastique cumulée  $p$  donnée par l'équation 1.14.

$$p = \int_0^t |\dot{\epsilon}^p| dt . \quad (1.14)$$

Ces deux variables, isotrope et cinématique, permettent la modélisation macroscopique du comportement plastique des matériaux. La surface de charge est alors définie par la formulation suivante :

$$(\overline{\sigma - X}) - R = 0 , \quad (1.15)$$

l'expression de la contrainte équivalente n'étant plus calculée sur  $\sigma$  mais sur  $\sigma - \mathbf{X}$ .

Il est à noter qu'outre l'écrouissage cinématique et isotrope, il est aussi possible d'introduire dans la modélisation du comportement des matériaux la prise en compte d'écrouissage distorsionnel correspondant à la distorsion de la surface de charge au cours de la déformation plastique.

### Loi d'écoulement plastique

Les critères de plasticité spécifient pour quels états de contrainte le matériau plastifie. Il faut cependant préciser comment cette déformation plastique s'effectue grâce à l'introduction d'une loi d'écoulement. Celle-ci lie l'évolution du tenseur des déformations à l'évolution du tenseur des contraintes. L'expression générale de l'écoulement plastique est :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} , \quad (1.16)$$

avec  $\dot{\lambda}$  un scalaire positif ou nul appelé multiplicateur plastique.

### Aspects de modélisation supplémentaires

Lors de la simulation d'un procédé de formage, un modèle plus complet que le modèle élasto-plastique est parfois nécessaire. En effet, la détermination optimale du modèle le plus approprié pour permettre de décrire correctement le comportement d'un matériau repose sur un compromis. Compromis entre un modèle permettant de prendre en compte une grande variété de comportements et un modèle facilement et rapidement identifiable. Ainsi, il est nécessaire de mener une campagne d'essais de caractérisation afin d'étudier la réponse du matériau à des contraintes similaires à celles induites par le procédé. C'est par exemple le cas si le comportement du matériau est sensible à la température ou à la vitesse de déformation et que le procédé se déroule à haute température et impose des vitesses de déformation importantes. Il est alors indispensable de compléter cette modélisation par l'adjonction de paramètres supplémentaires.

Cependant, il est important de noter que la modélisation établie pour un procédé de formage donné ne permet pas forcément son application à la modélisation d'autres procédés. De manière non exhaustive, deux aspects de modélisation supplémentaire sont présentés : une modélisation prenant en compte l'influence de la température et de la vitesse de déformation, puis un modèle où l'anisotropie du matériau est décrite.

**Dépendance à la température et à la vitesse de déformation :** un modèle thermo-élasto-visco-plastique n'est valable que sur une plage de vitesse de déformation et de température. La dépendance à la température et à la vitesse de déformation peuvent s'introduire par le biais d'une relation de Johnson-Cook [36] qui intègre la vitesse de déformation et la température dans le calcul de la variable d'écrouissage  $R$  :

$$R = \underbrace{\sigma_0 + K(\bar{\epsilon}^p)^n}_{\text{Loi de Ludwick}} \times \underbrace{\left[ 1 + A \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\dot{\bar{\epsilon}}_0^p} \right) \right]}_{\text{terme visqueux}} \times \underbrace{[1 - T_*^m]}_{\text{influence de la température}}, \quad (1.17)$$

où  $\dot{\bar{\epsilon}}_0^p$  est une vitesse de déformation plastique équivalente de référence,  $(K, n, A, m)$  sont des constantes du matériau à identifier sur des essais expérimentaux et  $T_*$  un terme défini par :

$$T_* = \frac{T - T_0}{T_f - T_0},$$

avec  $T_f$  la température de fusion du matériau et  $T_0$  la température initiale (de référence).

**Anisotropie du matériau :** ces modèles dits « homogènes » sont susceptibles d'être dépendants de l'orientation. C'est par exemple le cas lorsqu'une description de l'anisotropie est introduite dans la modélisation. Pour les matériaux laminés (comme les tôles métalliques), le degré d'anisotropie est associé à un coefficient anisotrope ou coefficient de Lankford. La définition de celui-ci est donné par la formule 1.18 (avec une hypothèse de contraintes planes).

$$r_\phi = \frac{\epsilon_2(\phi)}{\epsilon_3(\phi)}, \quad (1.18)$$

où  $\phi$  est l'angle entre la direction de laminage et la direction de traction de l'essai mécanique.  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  sont respectivement les déformations dans les directions longitudinale (sens de laminage), transverse et de l'épaisseur de la tôle. Généralement, comme il est difficile de mesurer la déformation dans l'épaisseur de la tôle,  $\epsilon_3$  est généralement déterminée grâce à l'hypothèse d'incompressibilité plastique du matériau :

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \Rightarrow \epsilon_3 = -\epsilon_1 - \epsilon_2.$$

Un critère anisotrope couramment utilisé pour modéliser l'anisotropie initiale des tôles métalliques et plus globalement des matériaux laminés, est le critère de Hill [33]. Son domaine de validité s'applique aux matériaux conservant 3 plans de symétrie. Les intersections de ces 3

plans permettent de définir les axes principaux nécessaires à l'expression de ce critère de plasticité anisotrope. La contrainte équivalente associée à celui-ci est formulée par l'équation 1.19 :

$$\bar{\sigma}_{Hill}^2 = H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2N\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2L\sigma_{23}^2, \quad (1.19)$$

où  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$  et  $N$  sont les 6 coefficients d'anisotropie qui sont déterminés expérimentalement. Dans le cas des contraintes planes, ces coefficients sont fonction des coefficients de Lankford et définis par :

$$\begin{cases} F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)} \\ G = \frac{1}{1 + r_0} \\ H = \frac{r_0}{1 + r_0} \\ N = \frac{F + G}{2}(2r_{45} + 1) . \end{cases}$$

Cependant, cette hétérogénéité angulaire du comportement anisotrope ne correspond pas à une prise en compte d'une hétérogénéité locale au sens que cette modélisation décrit le même comportement pour deux volumes élémentaires considérés au sein du matériau.

Ces modèles phénoménologiques sont donc par construction, un assemblage où chaque comportement élémentaire est identifiable grâce à un essai expérimental spécifique. Ils nécessitent cependant un nombre d'essais expérimentaux conséquents pour un domaine de validité restreint. En effet, ces modèles phénoménologiques sont établis de manière à traduire au mieux les résultats expérimentaux, mais ne sont pas fondés sur une analyse fine des phénomènes sous-jacents : la justification physique de ces phénomènes n'est ainsi pas explicitée.

### 1.3.2 Modèle homogène microscopique

Les matériaux métalliques polycristallins sont constitués par un ensemble de grains monocristallins dans lesquels les dislocations se déplacent sous l'effet de la contrainte induite par un chargement extérieur. Ces glissements se produisent dans des plans denses (plans  $\{111\}$  et 12 systèmes de glissements pour les matériaux cubiques à faces centrées comme le cuivre, voir tableau 1.2). Il est à noter que le recours à ces modèles de plasticité cristalline devient inévitable lorsque le nombre de grains dans l'épaisseur de la tôle est trop faible pour qu'un comportement moyen puisse être identifié. Parce qu'ils s'appuient sur les phénomènes à l'origine de la plasticité (le mouvement et l'interaction entre elles des dislocations issues d'une microstructure initiale), ces modèles de plasticité cristalline ont un domaine d'exportation plus étendu que les modèles phénoménologiques. Le modèle décrit ici est le modèle mis en exergue par Tabourot [69].

On définit le tenseur d'orientation (ou tenseur de Schmid) pour chaque système  $s$  par :

$$R_{ij}^{(s)} = \frac{1}{2} \left( m_i^{(s)} n_j^{(s)} + m_j^{(s)} n_i^{(s)} \right), \quad (1.20)$$

où  $n^{(s)}$  est le vecteur unitaire normal au plan de glissement et  $m^{(s)}$  est le vecteur unitaire selon la direction de glissement

La cission résolue  $\tau^{(s)}$  sur le système  $s$  est alors définie par :

$$\tau^{(s)} = R_{ij}^{(s)} \sigma_{ij} . \quad (1.21)$$

Le tenseur vitesse de déformation plastique de composantes  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ , connaissant les vitesses de glissement  $\dot{\gamma}^{(s)}$ , est donné par :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \sum_s R_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} . \quad (1.22)$$

La loi de comportement a pour variable interne la densité de dislocations  $\rho^{(s)}$  sur chaque système de glissement  $s$ . La loi d'écoulement est une loi de type puissance :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \dot{\gamma}_0^{(s)} \left| \frac{\tau^{(s)}}{\tau_\mu^{(s)}} \right|^{\frac{1}{m}} \text{signe}(\tau^{(s)}) , \quad (1.23)$$

où  $\dot{\gamma}^{(s)}$  est la vitesse d'écoulement sur le système  $s$ ,  $\dot{\gamma}_0^{(s)}$  est la vitesse d'écoulement initiale sur le système  $s$ ,  $\tau^{(s)}$  la cission résolue sur le système  $s$ ,  $\tau_\mu^{(s)}$  la cission critique sur le système  $s$ . La loi d'écrouissage est donnée par l'expression de la cission critique qui dépend des densités de dislocations :

$$\tau_\mu^{(s)} = \alpha \mu b \sqrt{\sum_{p=1}^N d^{sp} \rho^p} , \quad (1.24)$$

où  $N$  est le nombre de système de glissements ( $N=12$  pour les structures cubiques faces centrées),  $\alpha$  est un facteur de proportionnalité (constante de l'ordre de 0,3 pour le cuivre),  $\mu$  est le module de cisaillement,  $b$  est la norme du vecteur de Burgers et  $\mathbf{d}$  la matrice d'écrouissage dont les coefficients sont les facteurs d'interaction associés à la densité de dislocations sur chaque système de glissement. Cette loi d'écrouissage repose sur la description des mécanismes physiques à une échelle microscopique, ici essentiellement les mouvements de dislocations. Afin de compléter cette loi d'écrouissage, il est nécessaire d'introduire une loi donnant l'évolution de la densité de dislocations en fonction de la déformation plastique en cisaillement. Cette évolution de densité de dislocations repose sur l'équilibre entre le stockage et l'annihilation de ces dislocations. Cette évolution de la densité de dislocations s'exprime ainsi :

$$\dot{\rho}^{(s)} = \frac{1}{b} \left( \frac{\sqrt{\sum_{p=1}^N a^{sp} \rho^p}}{K_a} - 2y_c \rho^{(s)} \right) |\dot{\gamma}^{(s)}| . \quad (1.25)$$

où  $K_a$  est le nombre moyen d'obstacles avant arrêt,  $y_c$  la distance moyenne d'annihilation et  $\mathbf{a}$  la matrice qui introduit l'effet croisé des dislocations sur le libre parcours moyen.

L'équation 1.25 implique donc que la densité de dislocations d'un système de glissement est bornée et qu'elle tend donc vers une valeur de saturation, fonction des densités stockées sur tous les systèmes de glissement au cours de la déformation.

Le modèle de plasticité cristalline est alors défini par les trois équations 1.23, 1.24 et 1.25. Il est cependant intéressant de noter que les lois proposées ici ne permettent pas de simuler correctement des changements de trajet de chargement avec des effets cinématiques. En effet, l'écroutissage cinématique est absent de la loi d'écoulement 1.23. De plus, il est pertinent de remarquer que ces modèles sont à la frontière entre une description homogène et une description hétérogène du comportement. En effet, la densité de dislocations au sein d'un grain est considérée comme étant homogène. Dans ce sens, l'absence d'hétérogénéités locales implique que le modèle décrit le même comportement quel que soit le volume élémentaire considéré dans le matériau. Cependant, comme nous l'avons détaillé dans le paragraphe 1.2, la déformation plastique est définie principalement par le déplacement des dislocations dans des plans de glissements cristallographiques déterminés. Les modèles de plasticité cristalline sont à même de décrire cette discrétisation de la déformation plastique dans ces plans atomiques préférentiels. Ainsi la nature même de cette déformation hétérogène est bien prise en compte par cette modélisation.

## 1.4 Modèles à paramètres hétérogènes

Les propriétés des matériaux métalliques sont hétérogènes à petite échelle. Il semble pertinent de décrire le comportement de ceux-ci grâce à des modèles qui intègrent cette hétérogénéité. L'état de l'art mené sur ces modélisations à paramètres hétérogènes montre qu'elles sont peu répandues dans le domaine de la mécanique des matériaux métalliques. On les retrouve de manière beaucoup plus courante dans la modélisation des matériaux types bétons et asphalte. Certains domaines qui peuvent sembler prometteurs pour leur utilisation comme l'étude du comportement des matériaux composites sont, comme pour les matériaux métalliques, relativement peu outillés avec ces types de modèles. Cette section a pour but de présenter, de manière non exhaustive, l'utilisation de ces modèles que l'on qualifiera d'« hétérogènes » pour décrire le comportement de différents matériaux.

### 1.4.1 Modèles « hétérogènes » dans les matériaux composites

Dans le domaine des matériaux composites, la description du comportement avant rupture est modélisée par des modèles homogènes. A contrario, le phénomène de rupture a fait l'objet de nombreux travaux où une modélisation hétérogène a été prise en compte.

Ainsi, le modèle bidimensionnel de Rosen [65] est le premier à relier la résistance d'un composite à la distribution de résistance des fibres dans une matrice plastique. La fonction de distribution de résistance du composite est directement liée à une fonction de distribution de résistance des fibres. Celle-ci est calculée par une fonction de Weibull [80], déterminée grâce à des essais expérimentaux sur des fibres unitaires. Ce type de modélisation permet de dégager la tendance générale de la rupture des fibres au sein d'un matériau composite :

- pour un nombre important de fibres, les premières ruptures sont distribuées dans l'ensemble du matériau lors du début du chargement ;

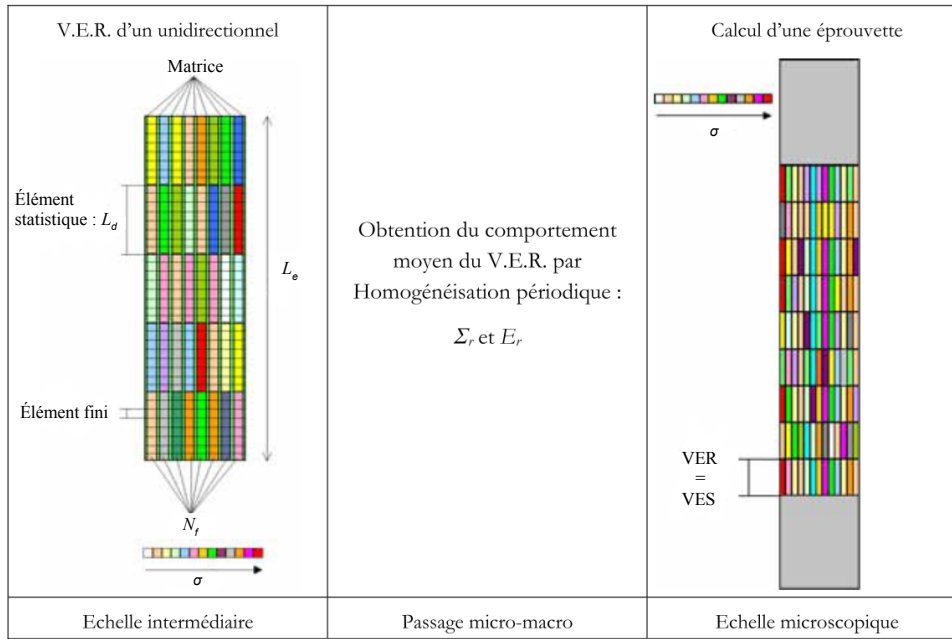


Figure 1.4 – Modèle multiéchelle de Baxevanakis.

- les sites de rupture sont statistiquement indépendants tant que leurs distances sont supérieures à une valeur caractéristique de 10 fois le diamètre des fibres ;
- les fibres situées entre deux sites de fibres rompues éloignées de 5 à 6 fibres se rompent (dans une modélisation plane du composite).

#### 1.4.1.1 Modèles multiéchelles

Le modèle de Baxevanakis [5] est un modèle pour l'analyse de la rupture dans un matériau composite bidimensionnel soumis à un chargement unidirectionnel. Ce modèle propose de discrétiser le matériau et la contrainte de rupture globale de celui-ci est déterminée par un calcul par éléments finis couplé avec des données statistiques. Le modèle est défini sur deux échelles distinctes. Une première, dite intermédiaire, et une autre dite microscopique. A l'échelle intermédiaire (voir figure 1.4 à gauche), Baxevanakis identifie un volume élémentaire représentatif du composant pour lequel l'effet d'échelle devient négligeable, c'est-à-dire pour lequel la contrainte de rupture tend vers une constante. Ce volume est constitué d'un sous-ensemble de volumes élémentaires statistiques (VES) correspondant au volume élémentaire de rupture de fibre. A cette échelle donc, quel que soit le tirage issu de la fonction de distribution de résistance des fibres associé à un VES, le comportement global du VER est sensiblement identique. Une fois ce volume élémentaire représentatif défini à l'échelle intermédiaire, le maillage global de l'éprouvette est réalisé par répétition de ce VER (voir figure 1.4 à droite). Le comportement statistique de chacun de ceux-ci est obtenu par répétition du calcul avec un nouveau tirage aléatoire des contraintes de rupture associé. Un modèle tridimensionnel a été proposé par Blassiau [7]. Il généralise la modélisation bidimensionnelle de Braxevenakis à une modélisation volumique. Trois niveaux croissants de prise en compte des phénomènes physiques introduits par la rupture des

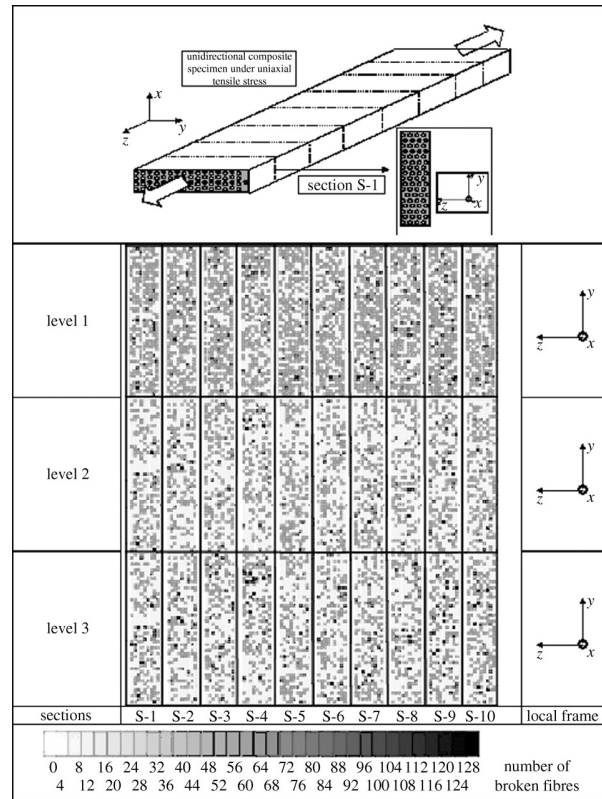


Figure 1.5 – Cartographies du nombre de ruptures de fibres de l'éprouvette en fonction du niveau de l'endommagement et de la section droite considérée. Source : Blassiau [7].

fibres sont définis dans cette étude :

- un premier niveau où seule la ruptures des fibres est prise en compte ;
- un deuxième niveau où le transfert de charge des fibres rompues sur les fibres intactes est considéré ;
- un troisième niveau correspondant à l'adjonction de la modélisation de la décohésion à l'interface fibre rompue/matrice au niveau 2.

Les résultats issus de cette modélisation sont conformes aux résultats expérimentaux issus d'essais de traction sur des éprouvettes composites. La figure 1.5 présente une distribution des ruptures de fibres dans l'éprouvette en fonction des différents niveaux de modélisation et de prise en compte des phénomènes physiques ayant lieu lors de la rupture des fibres. Ce type de modèle a été utilisé par Thomas [72] afin de modéliser les différents stade de rupture d'un réservoir de stockage de gaz à hautes pressions.

#### 1.4.2 Modèles « hétérogènes » dans les matériaux granulaires

Cette section fait le point sur l'utilisation de modèles à paramètres hétérogènes dans la modélisation du comportement du béton et de l'asphalte. Ceux-ci sont des matériaux composites granulaires hétérogènes, composés d'agréats ou granulats (sable, gravillons) et d'un liant (ciment, argile, bitume). Ils présentent aussi des défauts structuraux comme des fissures ou des cavités. Ces hétérogénéités sont prises en compte par les modélisations mésoscopiques. L'échelle mésosco-



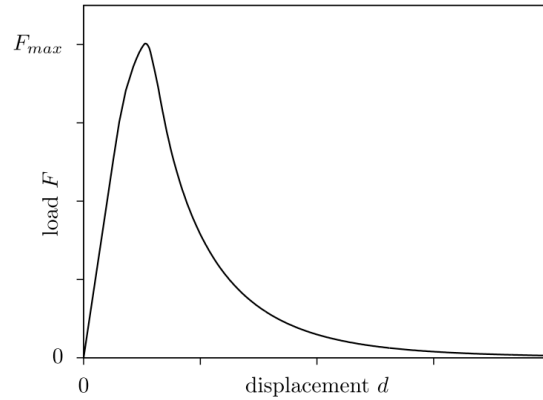


Figure 1.6 – Courbe force/déplacement caractéristique du béton en traction. Source : Eckart [19].

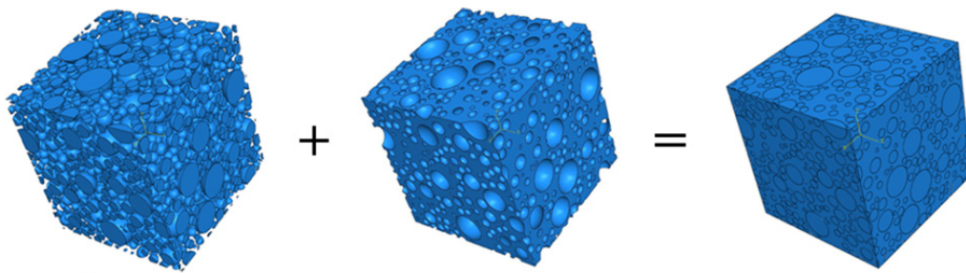


Figure 1.7 – Construction d'un modèle par génération de microstructure d'agrégats. Source : Fakhari Tehrani *et al.* [24].

pique est une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique qui caractérise les atomes ou les molécules, et l'échelle macroscopique qui caractérise les corps dans leur ensemble. Globalement, ces modélisations décrivent ces matériaux comme un composite à 3 phases : une phase décrivant le comportement des agrégats, une phase décrivant le comportement du liant et enfin une phase assurant la continuité entre les propriétés du liant et des agrégats. L'endommagement et la rupture du béton en traction vient de la présence et de la propagation de micro-fissures dans le liant. Sur la figure 1.6, la première partie de la courbe force-déplacement est linéaire. Pour une charge plus élevée, des micro-fissures apparaissent à l'interface entre les agrégats et le liant. Si la charge continue d'augmenter, ces micro-fissures se propagent dans le liant. A partir du pic de charge, ces différentes micro-fissures interagissent entre elles et forment des fissures macroscopiques. La simulation de ces phénomènes est possible grâce à des modélisations mésoscopiques hétérogènes qui prennent en compte les phénomènes physiques à l'origine des micro-fissures.

Ces modélisations mésoscopiques supposent une distribution de taille d'agrégats conforme à la composition de la microstructure à modéliser. La forme de ces granulats varie suivant les modèles : sphères, ellipses, polygones. Häfner *et al.* [30] ont étudié l'influence de cette géométrie sur la distribution de contrainte dans le matériau. L'éprouvette, dont la mise en forme doit être simulée, est ensuite remplie par l'insertion aléatoire des agrégats en commençant par les particules dont la taille est la plus importante et de manière à ce qu'il n'y ait pas d'interaction de matière. Le processus est répété avec les composants de taille plus petite jusqu'à ce que

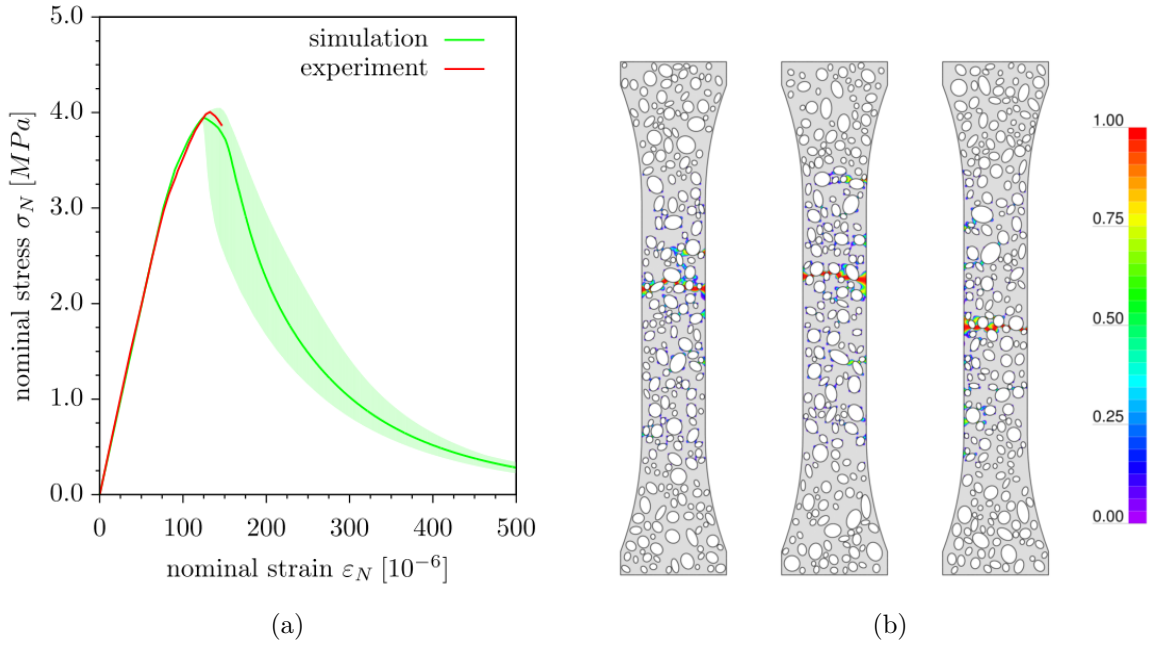


Figure 1.8 – Courbe contrainte/déformation (a) et distribution finale de l’endommagement pour différentes distributions d’agrégats (b). Source : Eckart [19].

l’ensemble des agrégats soit inséré dans l’éprouvette (voir figure 1.7).

La figure 1.8, issue des travaux de Eckart [19], présente la courbe contrainte en fonction de la déformation, ainsi que la cartographie de l’endommagement, pour 3 différentes éprouvettes de traction en béton. Chacune des 3 éprouvettes correspond à une microstructure différente d’agrégats mais dont la distribution est identique. Dans ces simulations, la forme des agrégats est elliptique et leur comportement est modélisé par un modèle élastique pur. Le comportement du liant est modélisé par un modèle à endommagement isotrope. Enfin, le comportement non-linéaire de l’interface agrégat/liant est pris en compte par un modèle de zones cohésives décrit par Unger et Könke [73]. La modélisation de zones cohésives permet de décrire l’évolution de la décohésion entre l’agrégat et le liant au cours de la déformation. Elle lie la contrainte à un facteur de décohésion, fonction de l’ouverture normale et tangentielle à l’interface. La cartographie des zones endommagées sur la figure 1.8b, montre que la localisation des fissures dans le liant est fortement dépendante des hétérogénéités de distribution des agrégats. Ce type de modélisation est utilisée par Fakhari Tehtrani *et al.* [24] pour simuler le comportement d’un béton bitumeux (asphalte) afin de prédire son module d’élasticité. Les simulations sont réalisées avec des agrégats de forme sphérique et des agrégats polygonaux irréguliers. Un calcul par éléments finis permet de simuler la réponse d’une éprouvette cubique à une sollicitation verticale de type sinusoïdale. La figure 1.9 détaille la distribution des contraintes dans une coupe de l’échantillon pour chacune des deux formes d’agrégats.

La figure 1.10 présente la comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs numériques du module d’élasticité complexe ainsi que des valeurs de l’angle de phase (voir paragraphe 2.6.3) entre le déplacement imposé et la variation de la contrainte dans le temps. Ces résultats permettent de valider la pertinence de cette modélisation hétérogène pour décrire le

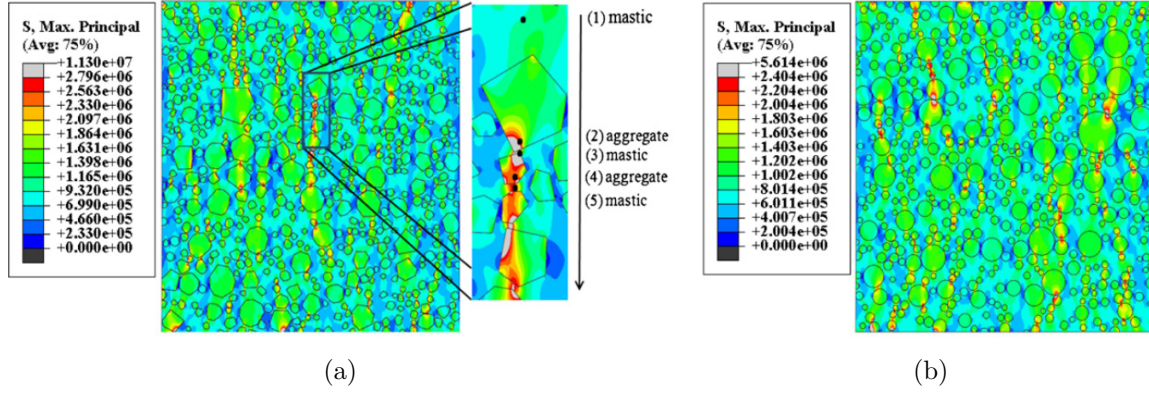


Figure 1.9 – Contraintes principales maximales pour des agrégats de forme polygonale irrégulière (a) et des agrégats sphériques (b). Source : Fakhari Tehrani *et al.* [24].

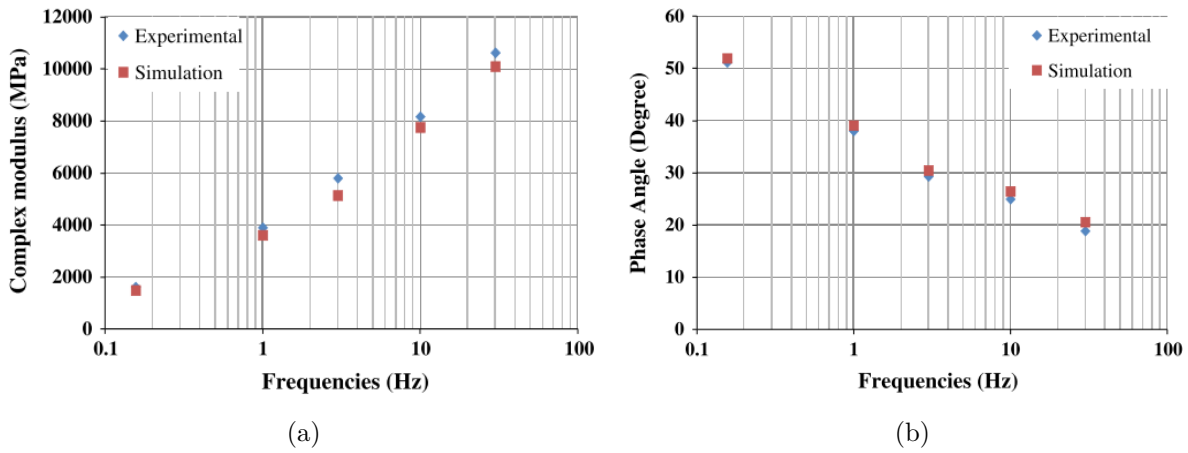


Figure 1.10 – Courbes expérimentales et numériques pour la valeur du module complexe (a) et pour l'angle de phase (b). Source : Fakhari Tehrani *et al.* [24].

comportement des matériaux granulaires.

L'utilisation de cette modélisation hétérogène est aussi utilisée afin de modéliser le comportement de céramiques par d'autres auteurs comme Joliff *et al.* [37].

### 1.4.3 Modèles pour les matériaux métalliques

Le développement de modèles hétérogènes découle de la volonté d'intégrer à la modélisation la nature hétérogène même des matériaux métalliques décrite dans la section 1.2. Un recensement des études avec prise en compte de ces hétérogénéités dans l'étude du comportement montre que cette utilisation est plutôt rare. Le second constat est que le domaine d'utilisation des modèles hétérogènes est plutôt relatif à l'étude de l'évolution d'un paramètre particulier d'un matériau comme les états de surface par exemple. L'utilisation d'un tel modèle pour la prédiction d'une opération de mise en forme complexe semble absente de la littérature.

#### 1.4.3.1 Modèle hétérogène de Furushima *et al.*

Furushima *et al.* [29] proposent une modélisation hétérogène afin de décrire l'état de surface des matériaux ainsi que la localisation de la déformation lors d'un essai de traction uni-axiale. Dans une publication précédente [28], l'intérêt de la prise en compte d'une telle modélisation est présentée. Pour les matériaux métalliques de faible épaisseur, l'intérêt de la prédiction de la rugosité présente un caractère important. En effet, avec la réduction de l'épaisseur des tôles, l'influence des défauts de surface sur la variation de l'épaisseur ne peut plus être négligée.

Le modèle proposé par Furushima *et al.* repose sur une distribution de la loi d'écrouissage pour chaque grain considéré du matériau. Ces grains sont modélisés par un ensemble d'éléments du maillage éléments finis. Cet ensemble est choisi cubique et comprend  $3 \times 3 \times 3$  éléments de maillage. Dans cette modélisation, la variété de grains est fixée à  $x = 7$  classes de matériaux différents. Cette différence est définie par le fait que chaque grain ainsi modélisé se voit attribuer un comportement suivant une loi de Swift modifiée décrite par l'équation 1.26 :

$$\bar{\sigma} = \alpha_i K_S (\epsilon_0 + \bar{\epsilon}^p)^{n_S} \quad (i = 1, 2, \dots, x) \quad (\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_7, \alpha_4 = 1), \quad (1.26)$$

avec  $K_S$ ,  $n_S$  et  $\epsilon_0$  les paramètres de la loi de Swift,  $x$  le nombre de classes considérées pour une modélisation hétérogène du matériau (ici fixé à 7) et  $\alpha_i$  le paramètre permettant de régler l'hétérogénéité dans la loi de Swift associée à chaque classe de matériau. Dans ce modèle, la taille de grain  $d$  est fixée à  $16,7 \mu\text{m}$  et le nombre de grain est fixé à 3 grains dans l'épaisseur. La figure 1.11 présente le modèle utilisé pour simuler un essai de traction avec la microstructure des grains générée. Le tableau 1.3 présente les valeurs des paramètres du modèle hétérogène pour le cuivre pur C1020-O. Les fractions volumiques  $V_i$  de chaque classe de grains suivent une loi normale dont les grains suivant la loi de Swift modifiée avec  $\alpha_4 = 1$  suivent le comportement macroscopique moyen identifié.

Les états de surface expérimentaux, issus d'une mesure par microscope confocal à balayage laser et les résultats issus de la simulation sont comparés. La figure 1.12 présente l'évolution de

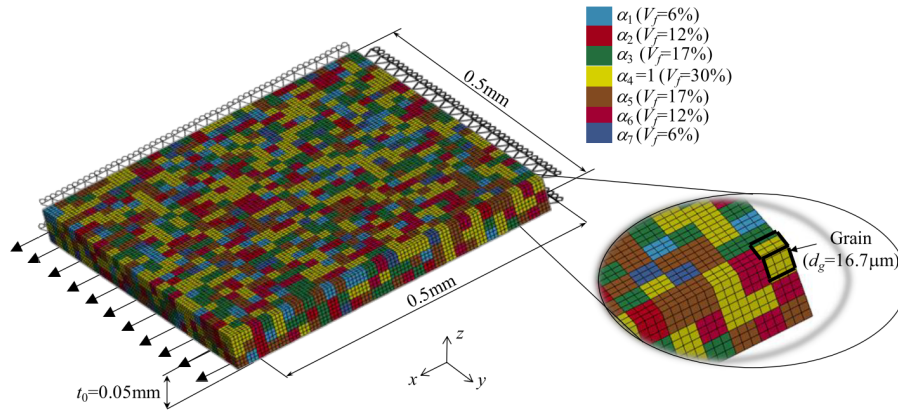


Figure 1.11 – Illustration de la modélisation hétérogène lors de la simulation d'un essai de traction uni-axiale. Source : Furushima *et al.* [29].

classe $i =$	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha_i$	0,46	0,64	0,82	1,00	1,18	1,36	1,54
$V_i$ (%)	6	12	17	30	17	12	6

Tableau 1.3 – Paramètres hétérogènes du modèle de Furushima pour le cuivre C1020-O.

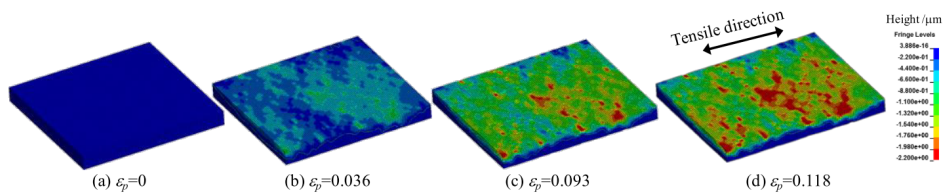


Figure 1.12 – Évolution de la rugosité des surfaces libres pour différentes valeurs de déformation plastique lors d'un essai de traction uni-axiale pour un cuivre C1020-O. Les parties concaves de la surface sont en couleur rouge. Source : Furushima *et al.* [29].

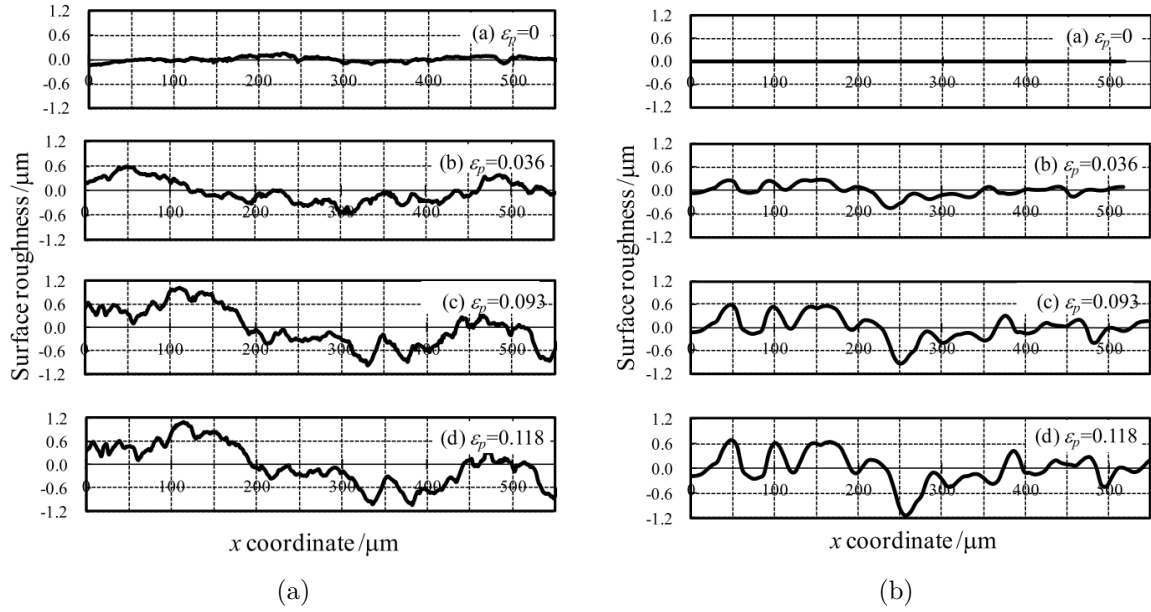


Figure 1.13 – Profils de la surface d'un échantillon de cuivre C1020-O pour différentes valeurs de déformation plastique pour un essai expérimental (a) et pour la simulation (b). Source : Furushima *et al.* [29].

la rugosité sur la surface de l'échantillon issue de la simulation en fonction de différentes valeurs de la déformation plastique. La couleur rouge correspond aux parties concaves de la surface. La figure 1.13 présente les profils des échantillons expérimentaux et les profils des échantillons issus de la simulation pour différentes valeurs de déformation. Les profils de rugosité entre les résultats expérimentaux et numériques sont comparables et montrent que cette modélisation hétérogène est pertinente pour décrire l'évolution de l'état de surface au cours d'un essai de traction. Cette modélisation a été utilisée aussi afin de prédire l'apparition de la striction durant un essai de traction uni-axiale. Ainsi, ce modèle est à même de décrire dans un premier temps la striction diffuse, puis la striction localisée menant à la rupture de l'éprouvette de façon conforme à l'expérience [29].

Une modélisation équivalente est réalisée par Utsunomiya *et al.* [74] [75] afin de décrire l'état de surface d'un aluminium lors d'une opération de laminage. Lu *et al.* [47] utilisent ce type de modélisation afin d'étudier l'influence de la taille de grains et de l'hétérogénéité de propriétés de ceux-ci sur la contrainte d'écoulement lors d'un essai de compression.

La simulation de la localisation de la déformation est aussi effectuée grâce à une modélisation analogue par Sène [67] où la rugosité du matériau mesurée expérimentalement est prise en compte dans la simulation en faisant varier l'épaisseur des éléments du maillage EF. La loi locale diffère aussi selon la taille de grains.

#### 1.4.3.2 Modèle hétérogène macroscopique ou modèle hybride

L'essentiel de la déformation plastique provient du mouvement des dislocations dans des plans préférentiels et de leur interaction entre elles. Sous l'effet d'une contrainte extérieure,

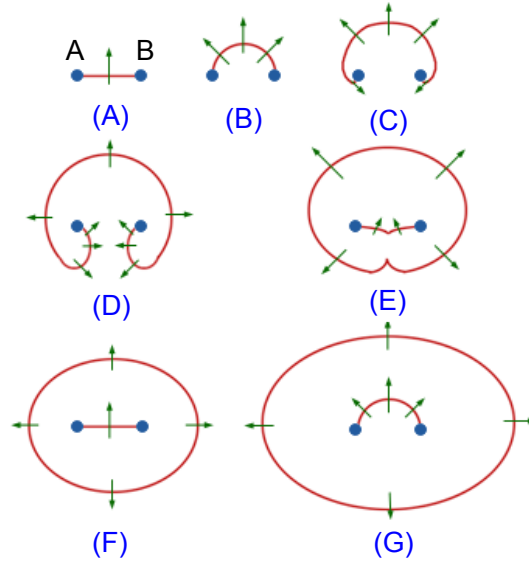


Figure 1.14 – Source de Frank-Read.

les segments de dislocations se courbent. Cette courbure est circulaire et est expliquée par des raisons de minimisation d'énergie de la ligne de dislocation. La relation entre la contrainte de cisaillement  $\tau$  appliquée sur le segment de dislocation et sa courbure est donnée par l'équation suivante :

$$\tau \approx \frac{\alpha \mu b}{R_c} , \quad (1.27)$$

où  $\alpha$  est un coefficient de proportionnalité ( $\alpha \approx 0,3$  pour le cuivre),  $\mu$  le module de cisaillement du matériau,  $b$  la norme du vecteur de Burgers et  $R_c$  le rayon de courbure de la dislocation.

La figure 1.14 montre le mécanisme de génération de dislocations explicité par Frank et Read. On montre que pour  $R_c > \frac{AB}{2}$  (où AB est la longueur de la dislocation voir (A) sur la figure 1.14) l'équilibre est stable. Pour  $R_c = \frac{AB}{2}$ , on a un demi-cercle (B). Si la cission appliquée continue à croître, l'équilibre devient instable et la boucle croît ((C) et (D)). Les segments de dislocations sur la représentation (D) sont de vecteur de Burgers opposés et s'attirent. Au contact, ils s'annihilent (E) et l'on est en présence d'une boucle autonome et d'un arc de dislocation (F) avec lequel le processus peut recommencer (G).

Cette courbure des dislocations présente donc une valeur limite qui définit l'état de la déformation lors de la suppression de la contrainte appliquée. Cette déformation peut être permanente ou réversible.

- Permanente si le rayon de courbure de la dislocation devient inférieur à cette valeur limite. Cette déformation permanente a lieu alors que la limite d'élasticité globale du matériau n'est pas atteinte. Ce phénomène est défini pour la suite comme un phénomène de micro-plasticité.
- Réversible si le rayon de courbure reste supérieur à cette valeur limite. Ce mouvement réversible des dislocations induit une pseudo-élasticité de raideur moindre que l'élasticité du réseau.



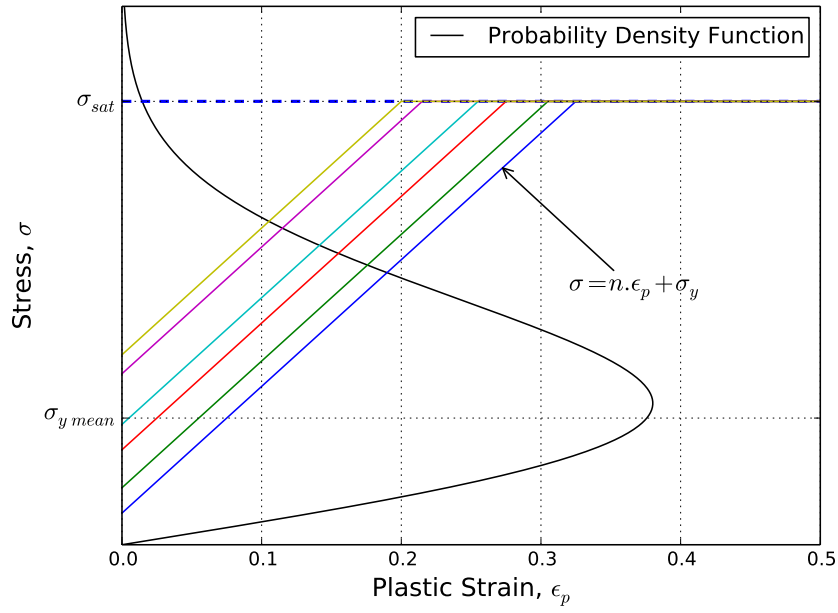


Figure 1.15 – Distribution des contraintes seuils du modèle hybride.

Ces phénomènes de pseudo-élasticité et de microplasticité ne sont pas pris en compte par une modélisation standard.

Le modèle hybride consiste à distribuer spatialement une limite élastique différente à chaque élément du maillage. Le but est alors de modéliser le phénomène de plastification progressive des différents grains dans le matériau.

Le modèle hybride présenté dans cette section permet la modélisation macroscopique du comportement en tenant compte des hétérogénéités locales des matériaux. Ce modèle intègre donc de façon macroscopique les hétérogénéités issues de phénomènes microscopiques. La définition du VER (Volume Élémentaire Représentatif) nécessite de se placer à l'échelle polycristalline afin que le comportement d'un grain ne soit pas prépondérant et qu'un comportement moyen du matériau puisse se dégager. La densité de dislocations du VER n'est donc pas nulle et possède alors une valeur minimale. Pour de grandes déformations, cette densité de dislocations atteint une valeur limite due à l'équilibre entre création et annihilation des dislocations. La contrainte seuil de ce VER est donc comprise entre une valeur minimale et une valeur de saturation  $\sigma_{sat}$ . La densité des limites élastiques varie alors statistiquement et est donc définie par une loi de distribution au sein du matériau (voir figure 1.15). Chaque VER se voit alors attribuer une loi de comportement plastique bi-linéaire identique (même écrouissage  $n$  et même valeur de contrainte de saturation  $\sigma_{sat}$ ) mais dont la limite d'élasticité est distribuée selon une distribution de type Rayleigh (équation 1.28).

$$f(x/\sigma_{y \text{ mean}}) = \frac{2x}{\sigma_{y \text{ mean}}^2} e^{-\frac{x^2}{\sigma_{y \text{ mean}}^2}}, \quad (1.28)$$

où  $\sigma_{y \text{ mean}}$  est la limite élastique moyenne à déterminer qui pilote à la fois la moyenne et l'écart



$\sigma_{y \text{ mean}}$ (MPa)	$\sigma_{sat}$ (MPa)	$n$ (MPa)
552,8	934,2	364,2

Tableau 1.4 – Valeurs des paramètres du modèle hybride pour le C68.

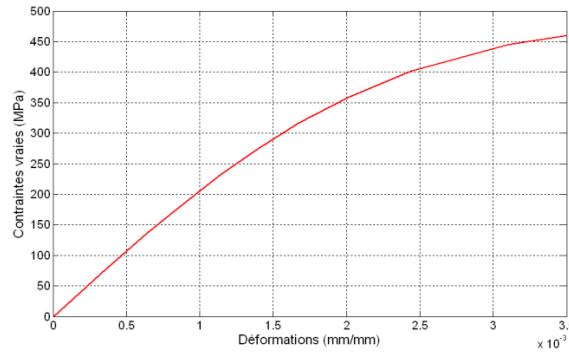


Figure 1.16 – Courbe de référence contrainte/déformation dans le domaine réversible pour le modèle hybride appliqué au C68.

type de la distribution et  $x$  la variable variant de 0 à l' $\infty$ . Les VER auxquels la distribution attribue une limite élastique supérieure à  $\sigma_{sat}$  voient leur contrainte seuil ramenée à  $\sigma_{sat}$ . Les variables à identifier sont alors la contrainte de saturation  $\sigma_{sat}$ , la pente  $n$  définissant un module d'écrouissage et la distribution des contraintes seuils de plasticité.

Ce modèle est utilisé pour modéliser le comportement d'un acier C68 [70]. Les trois paramètres ( $\sigma_{y \text{ mean}}$ ,  $\sigma_{sat}$  et  $n$ ) sont identifiés par optimisation sur un essai de traction sont donnés dans le tableau 1.4. La figure 1.16 présente la partie plastique de la courbe de référence identifiée par la simulation. Il est intéressant de noter que l'introduction du modèle hybride implique que la partie de la courbe qui correspond habituellement aux déformations élastiques n'est plus linéaire. Certains éléments sont activés plastiquement alors que d'autres éléments subissent encore une déformation élastique. La déformation augmentant, de plus en plus d'éléments plastifient. Cette modélisation permet alors de prendre en compte la microplasticité. Cependant, le modèle conserve le concept de déformations réversibles pures. On utilise pour cela une loi élastique traditionnelle.

Ainsi, cette modélisation, fondée sur une description physique à l'origine de la plasticité, permet de simuler et de prendre en compte des phénomènes comme la microplasticité ou l'écrouissage cinématique. Ainsi, Déprés *et al.*[17] ont effectué la simulation d'un essai de traction/compression cyclique d'un monocristal avec deux modèles. Un modèle phénoménologique homogène et un modèle hybride compartimenté. La figure 1.17 présente les résultats de ces essais. La prise en compte de l'écrouissage cinématique dans la modélisation phénoménologique passe par l'introduction d'une variable cinématique au modèle. Pour la modélisation compartimentée hybride, l'écrouissage cinématique est décrit sans passer par l'introduction de variables additionnelles.

Ce modèle est aussi utilisé pour modéliser le comportement anisotrope du titane [71]. Cette

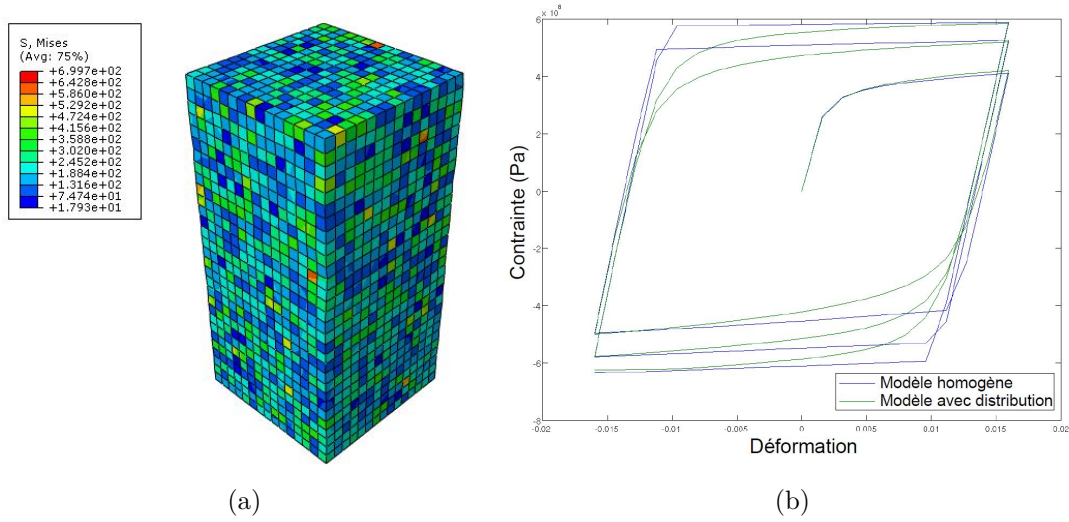


Figure 1.17 – Cartographie des contraintes pour un essai de traction/compression simulé (a) et comparaison des courbes contraintes-déformations dans le cas d’une modélisation homogène et hybride compartimentée d’un essai de chargement cyclique (b). Source : Després *et al.* [17].

description hétérogène locale du comportement permet de restituer l’évolution de paramètres macroscopique comme les coefficients d’anisotropie du matériau.

### 1.4.3.3 Modèle hétérogène microscopique

La modélisation hétérogène microscopique consiste à distribuer une densité de dislocations, en un point d’intégration, par élément de maillage dans un même grain. Ce modèle hétérogène microscopique découle de l’analyse et la modélisation de l’évolution des microstructures en dynamique des dislocation discrètes (DDD) [16]. Le VER considéré n’est plus un ensemble de grains comme pour le modèle hybride macroscopique, mais une partie du grain présentant un nombre suffisant de segments de dislocations. La distribution du modèle hybride se fait alors sur la densité de dislocations. Balland, Déprés *et al.* [4] ont utilisé ce modèle pour décrire l’écrouissage cinématique d’un monocristal.

Le modèle de plasticité cristalline est défini par une loi d’écoulement (équation 1.23), une loi d’écrouissage (équation 1.24) et une loi d’évolution de la densité de dislocations (équation 1.25). La distribution de la densité de dislocations pour chaque système est donnée par :

$$f^{(s)}(\rho/\Gamma) = \frac{2\rho}{\Gamma^2} e^{-\frac{\rho^2}{\Gamma^2}}, \quad (1.29)$$

où  $\Gamma$  est le paramètre à déterminer et qui pilote à la fois la moyenne et l’écart type de la distribution.  $\rho$  est la densité de dislocations initiale.

La simulation d’un essai de traction est effectuée en utilisant cette modélisation, le but étant d’identifier les différents paramètres du modèle. Pour cela, une optimisation de cette simulation est effectuée par comparaison avec un essai de traction expérimental.

Les paramètres du modèle ayant été identifiés, une simulation de chargement cyclique a été effectuée. La figure 1.18 présente la courbe contrainte-déformation issue de cet essai. Il est alors

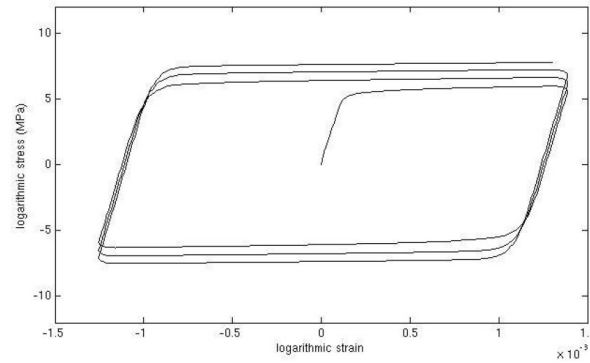


Figure 1.18 – Chargement cyclique pour un modèle hétérogène fondé sur la distribution initiale de densité de dislocations. Source : Balland *et al.* [4].

intéressant de noter que le simple fait d'introduire une hétérogénéité de densité de dislocations à chaque point d'intégration permet la prise en compte de l'écrouissage cinématique.

## 1.5 Conclusion

Dans cette partie, un état de l'art est présenté sur la prise en compte des hétérogénéités dans la modélisation du comportement des matériaux métalliques mais aussi de matériaux comme les matériaux composites et les bétons. L'intégration de ces hétérogénéités permet une augmentation du potentiel prédictif de ces modèles comme par exemple la prédiction de l'évolution d'un état de surface ou la reproduction fine de phénomènes comme l'écrouissage cinématique ou la localisation [29]. Les modèles de plasticité cristalline (homogène et hétérogène) ainsi que le modèle hétérogène macroscopique sont fondés sur une description physique de la plasticité. Ces modélisations de comportement tiennent compte du mouvement des dislocations (pour les modèles de plasticité cristalline) et de la micro-plasticité locale (pour les modèles hétérogènes) qui apparaissent à faible déformation, alors que la limite élastique du matériau n'est pas encore atteinte. Ces phénomènes induisent une non-linéarité du module d'Young. Il semble alors pertinent de ne plus considérer le comportement élastique réversible comme parfaitement linéaire et ne dépendant que des paramètres  $E$  (module d'Young) et  $\nu$  (coefficient de Poisson). Une étude plus approfondie du comportement élastique devient donc nécessaire.

## CHAPITRE 2

# ÉTUDE ET MODÉLISATION DU COMPORTEMENT RÉVERSIBLE DES MATÉRIAUX MÉTALLIQUES

### 2.1 Introduction

Le comportement réversible des matériaux métalliques est généralement modélisé comme étant parfaitement linéaire même s'il existe des dérives constatées expérimentalement. Dans le cadre de modélisation d'opérations de formage, on se satisfait souvent d'un comportement réversible assez caricatural, c'est-à-dire linéaire jusqu'à une brutale transition vers un comportement élastoplastique. Une modélisation un peu plus poussée introduit la variation du module d'Young avec la déformation plastique qui est éventuellement intégrée par le biais d'une routine spécifique dans le code EF.

En fait, l'ensemble des travaux ayant pour but d'améliorer la précision des simulations numériques d'opérations de formage se focalise plutôt sur l'amélioration de la description de la plasticité et plutôt dans le domaine des grandes déformations, considérant, à priori, que le comportement initial a assez peu d'incidence sur le résultat. En effet, c'est le comportement plastique qui, avec la géométrie et les conditions aux limites, fixe de façon prépondérante la forme du produit déformé et la distribution des contraintes et des déformations. Le comportement réversible (« élastique ») est donc quant à lui modélisé comme linéaire, isotrope et ne dépendant que du module d'Young et du coefficient de Poisson. Dans le cas d'une mise en forme très contrainte au niveau géométrique, cela permet d'atteindre rapidement des résultats satisfaisants. Par contre sur des simulations mettant en jeu des conditions aux limites laissant à la pièce un déplacement libre, obtenir une convergence des résultats numériques vers un résultat expérimental de référence reste beaucoup plus délicat. Ainsi le pliage, en dépit de son apparente simplicité, reste une opération difficile à simuler, en particulier en raison d'une très problématique maîtrise des effets du retour élastique. Le modèle de comportement plastique aussi précis et élaboré soit-il

ne permet pas de pallier à cette difficulté.

Il semble alors pertinent de s'intéresser à la modélisation du comportement réversible et d'envisager des solutions qui permettent de prendre en compte les dérives déjà mentionnées antérieurement dans ce rapport afin d'obtenir une substantielle amélioration de la précision des résultats. C'est donc l'objectif de ce chapitre qui suit la progression suivante. Tout d'abord, la définition du comportement élastique comme étant purement linéaire et réversible est discutée. Puis une étude de la sensibilité des simulations aux variations des paramètres élastiques est présentée. Le laboratoire Symme dispose d'un expert de la simulation de la Dynamique de Dislocations Discrètes (DDD). Ses compétences ont été précieuses pour la mise en place de simulations à cette échelle pour déterminer le rôle des microstructures intragranulaires car les variations constatées sont imputées aux effets des distributions de dislocations à l'intérieur du cristal. Un mini plan d'expériences est proposé afin de déterminer le lien entre la densité de dislocations et le comportement réversible. Ensuite, l'influence du phénomène de pseudo-élasticité sur le module d'Young est analysée. Afin de quantifier l'influence de la densité de dislocations sur la valeur du module d'Young, de nouvelles simulations de DDD sont réalisées en faisant varier cette densité. Fort de ces analyses, nous proposons un modèle du comportement qui intègre le rôle joué par la déformation réversible issue du mouvement des dislocations durant cette phase de comportement réversible. Finalement, une étude comparative des moyens de mesure du module d'Young est présentée. Il s'agit de sélectionner celle qui permet d'identifier de manière fiable les paramètres de ce modèle proposé.

## 2.2 Le comportement élastique : un comportement linéaire réellement réversible ?

Le comportement élastique est couramment considéré comme linéaire et réversible. La pente de cette partie linéaire de la courbe contrainte-déformation d'un essai de traction correspond par définition à la valeur du module d'Young. De même, lorsqu'un matériau est écroui, la pente du retour élastique de la courbe contrainte-déformation est souvent considérée comme étant égale à ce même module. Cependant, de nombreux observateurs ont noté que le phénomène de décharge et de recharge lors d'un essai de traction est clairement non-linéaire [11][12][21][68]. Les résultats d'essais de traction présentant une phase de charge au-delà de la limite élastique, une phase de décharge jusqu'à un niveau de contraintes nulles et une phase de rechargement, font état de boucles d'hystérésis pour la partie décharge-charge (à priori parfaitement élastique). Les figures 2.1a et 2.1b présentent cette boucle d'hystérésis pour un acier DP980 (référence Arcelor Mittal). Cette nuance d'acier est connue pour présenter un phénomène de retour élastique important. D'un point de vue physique, l'explication la plus plausible est que durant la déformation plastique, les dislocations forment des empilements sur les différents obstacles comme les joints de grains par exemple. Lors de la décharge, la baisse de contrainte permet un mouvement en retour de ces dislocations empilées engendrant une déformation complémentaire à la déforma-

tion de retour purement élastique provenant de la relaxation des liaisons atomiques. La prise en compte de ce phénomène physique dans les simulations numériques semble alors un bon vecteur afin d'améliorer la justesse des simulations d'opérations de mise en forme et plus spécialement pour la prédiction du retour élastique. Wagoner *et al.* [79] montrent que l'amplitude du retour élastique est proportionnelle à la contrainte d'écoulement et inversement proportionnelle à la valeur du module d'Young. Sur la figure 2.1b deux définitions du module sont ainsi précisées :

- un module classique défini par la pente de la droite tangente à la courbe contrainte-déformation au point de début de décharge ou au point de début de charge),
- un module de corde (« chord modulus ») correspondant à la pente de la droite passant par les points de début de charge et de début de décharge d'une boucle d'hystérésis de la courbe contrainte-déformation.

Sun et Wagoner [68] rapprochent un certain nombre d'études ([20][45][53][82]) où la prise en compte de ce module de corde permet d'améliorer de façon notable la précision de la prédiction de la géométrie de pièces obtenues par simulation numérique d'opérations de formage.

Chen *et al.* [11] effectuent des mesures de module d'Young sur différentes nuances d'acier suivant un protocole définissant quatre modules. Ceux-ci sont présentés sur la figure 2.1c :

- un module  $E_1$  défini sur la partie de la courbe contrainte-déformation correspondant au début de la décharge sur une boucle d'hystérésis,
- un module  $E_2$  défini sur la partie de la courbe contrainte-déformation correspondant à la fin de la décharge,
- un module  $E_3$  défini sur la partie de la courbe contrainte-déformation correspondant au début du rechargement,
- un module  $E_4$  défini sur la partie de la courbe contrainte-déformation correspondant à la fin du rechargement.

La valeur de la déformation au point de décharge-recharge de chaque boucle d'hystérésis est dite valeur de pré-déformation. Les résultats de ces mesures montrent que les modules  $E_1$  et  $E_3$  sont égaux et ne changent pratiquement pas pour différentes valeurs de pré-déformation plastique. Pour une pré-déformation plastique nulle (c'est-à-dire pour un matériau n'ayant pas été écroui), la valeur de  $E_3$  est la même que la valeur du module d'Young déterminée par des mesures physiques (mesure par parcours d'onde ultra-sonore et méthode vibratoire, voir paragraphes 2.6.1 et 2.6.2). Les modules  $E_2$  et  $E_4$  sont très légèrement différents et diminuent avec la déformation plastique comme le module de corde.

Cette diminution de la valeur du module d'Young en fonction de la déformation plastique peut être prise en compte dans les simulations numériques via des routines spécifiques. Par exemple, Morestin et Boivin [53] améliorent ainsi la précision de la prédiction du retour élastique de près de 20% lors de simulations de pliage de tôle en intégrant une diminution de la valeur du module d'Young en fonction de la déformation plastique (figure 2.2). Ils notent que la valeur du module d'Young, après écrouissage, revient à son niveau initial, c'est-à-dire avant que le matériau n'ait subi de déformation plastique, au bout de 2 à 5 jours suivant les nuances. L'explication avancée est que lors de la déformation plastique, les dislocations se déplacent plus vite que les

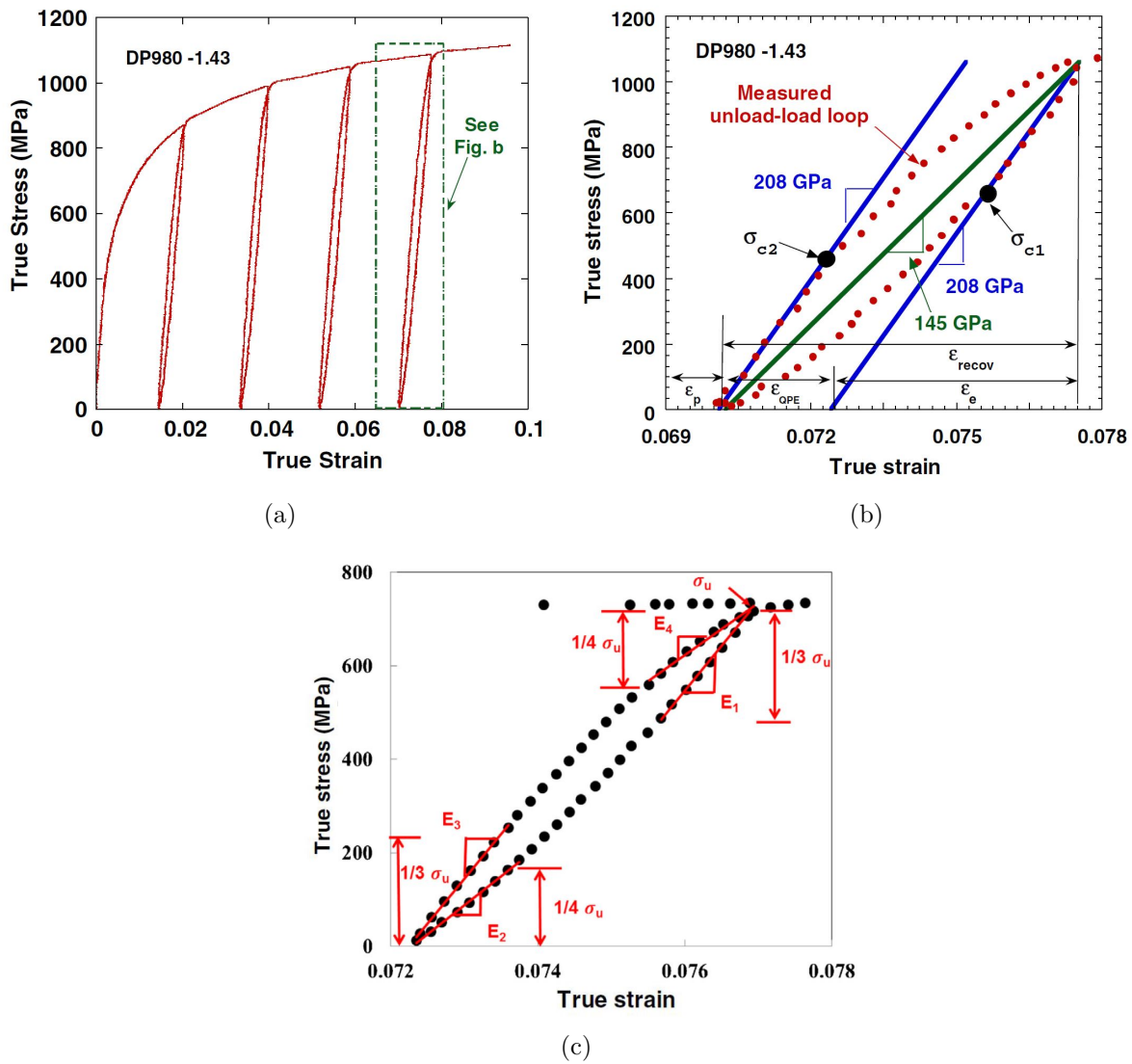


Figure 2.1 – Cycles de charge, décharge, recharge sur un essai de traction (a) ; détail d'un cycle sous forme de boucle d'hystérésis (b) et (c). Source (a)-(b) : Sun et Wagoner [68] ; (c) : Chen *et al.* [11].

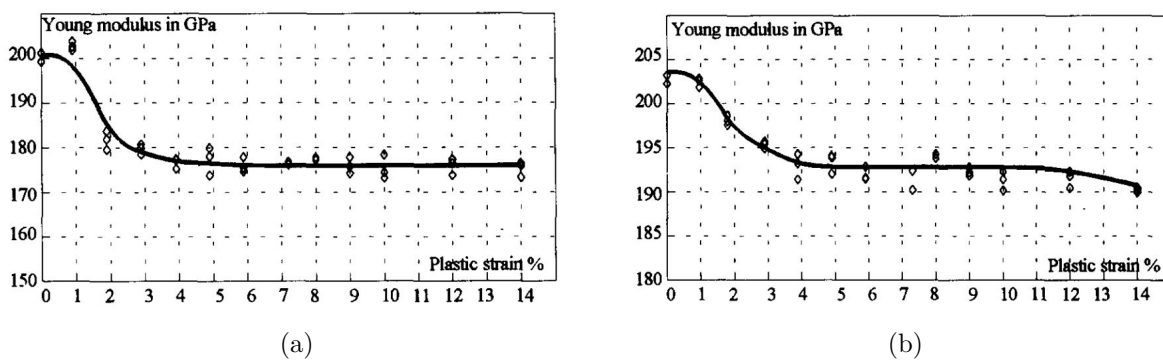


Figure 2.2 – Evolution du module d'Young de corde en fonction de la déformation plastique pour une nuance d'acier XC38 (a) et une nuance d'acier A33 (b). Source : Morestin et Boivin [53].

atomes de carbone interstitiels qui les épinglent lorsqu'elles sont au repos. La dislocation est une zone de perturbation du fait de son champ de contrainte. D'un point de vue énergétique, l'énergie des atomes interstitiels est moindre au voisinage de la dislocation qu'au sein du cristal. Cette différence de potentiel engendre la diffusion des atomes de carbone vers les nouvelles positions des dislocations et les ancrent de nouveau [52]. Ces atomes entourant la dislocation forment ce que l'on appelle un nuage de Cottrell.

Yoshida et Uemori [81] proposent une relation empirique liant le module d'Young à la déformation plastique selon l'équation 2.1 :

$$E(\epsilon_p) = E_0 - (E_0 - E_a)(1 - e^{-\beta p}) , \quad (2.1)$$

où  $E_0$  est le module d'Young du matériau vierge de déformation plastique,  $E_a$  la valeur limite du module d'Young pour de grandes déformations plastiques,  $\beta$  un paramètre du matériau et  $p$  la déformation plastique cumulée définie par l'équation 1.14.

Ainsi, le comportement réversible pourtant habituellement considéré comme linéaire et ne dépendant que des constantes élastiques  $E$  et  $\nu$  présente des phénomènes clairement non-linéaires qui impliquent d'adapter les modélisations afin de permettre une description plus fine du comportement des matériaux.

## 2.3 Une description plus fine du comportement réversible : une piste pour améliorer la qualité des simulations numériques

### 2.3.1 Dispersion expérimentale de $E$ en fonction du moyen de mesure

Il existe une dispersion des mesures lors de la détermination du module d'Young. Tabourot *et al.* [70] présentent les valeurs pour 3 méthodes de détermination du module pour un acier C68 sous forme de tôle d'épaisseur 1,5 mm (tableau 2.1).

Type d'essai	$E$ (GPa)	Écart type (GPa)
Essai de traction	212	1.56
Parcours d'onde ultra-sonore	220	1.18
Mesure vibratoire	217	0.02

Tableau 2.1 – Résultats pour la détermination du module d'Young d'un C68 par trois méthodes différentes. Source : Tabourot *et al.* [70].

La différence entre les valeurs obtenues par ces trois méthodes semble montrer qu'il existe une incertitude sur la valeur correspondante du module d'Young. Il paraît donc pertinent de se questionner sur la valeur du module d'Young qu'il faut rentrer dans les modélisations du comportement élastique des matériaux et son effet sur les résultats.



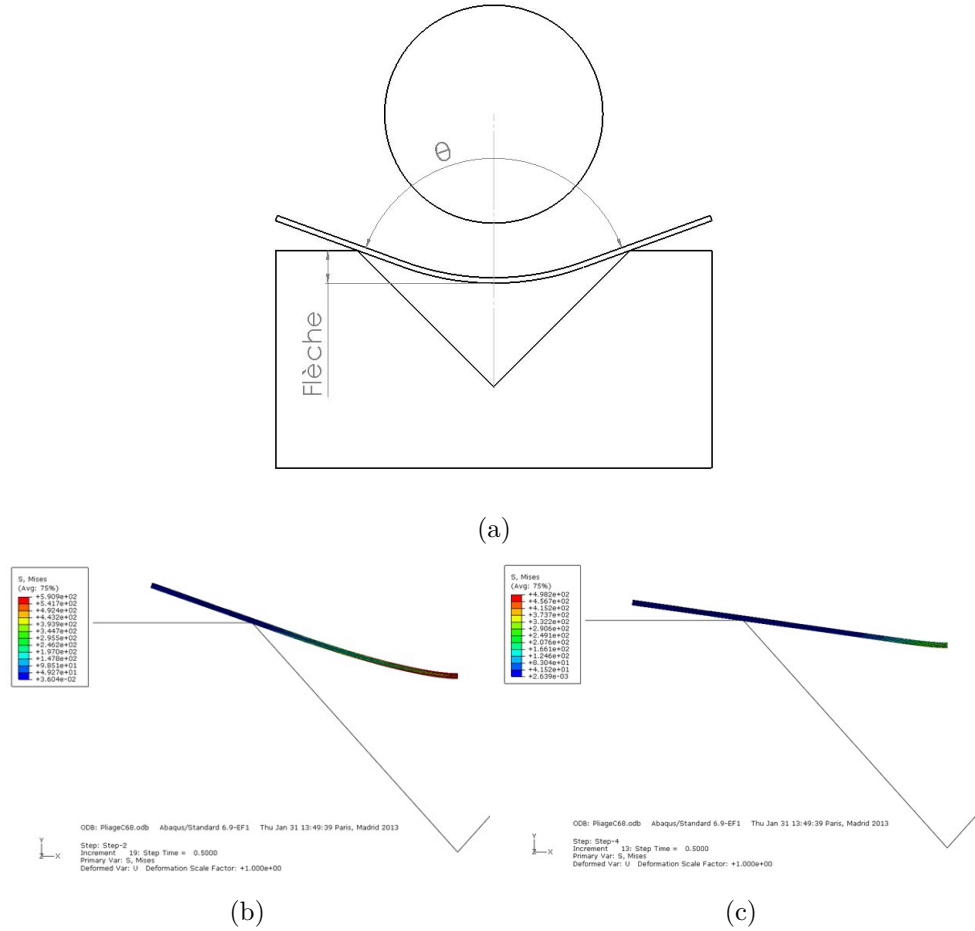


Figure 2.3 – Simulation numérique de pliage en V (a) pour une course du poinçon maximale (b) et après retour élastique (c).

### 2.3.2 Incidence de la variation de la valeur initiale de $E$ et $\nu$ sur le retour élastique

La valeur du module d'Young varie suivant la méthode de détermination expérimentale. Il paraît alors nécessaire d'étudier l'incidence de cette variation sur le résultat de simulations de mise en forme. Une simulation numérique de pliage a été effectuée avec le logiciel Abaqus, avec un angle important pour obtenir des retours élastiques importants. La figure 2.3 présente le déroulement de la simulation. L'éprouvette est en acier C68 (épaisseur  $e = 0,5$  mm, longueur  $L = 70$  mm, largeur  $l = 10$  mm). Elle est maillée avec des éléments de type C3D8R (6 éléments dans l'épaisseur). Le poinçon est descendu d'une distance de 6 mm puis est remonté. On mesure alors l'angle d'ouverture  $\theta$  entre les bords de l'éprouvette ainsi que la flèche après retour élastique.

La courbe de référence est identifiée à partir d'un essai de traction. Des simulations ont été effectuées en faisant varier de  $\pm 10\%$  les paramètres élastiques ( $E$ ,  $\nu$ ). Le tableau 2.2 présente les différentes valeurs de flèche et d'angle ouverture. Ces résultats montrent que globalement, la variation de  $E$  a un plus grand effet en pliage sur les paramètres de flèche et d'angle d'ouverture que la variation de  $\nu$ . Ces simulations montrent que plus le module d'Young est important,

$E$ (GPa)	$\nu$	$\theta$ (°)	Flèche (mm)
195,3	0,27	167,3	-2,31
195,3	0,3	167,2	-2,33
195,3	0,33	167,1	-2,35
217	0,27	165,6	-2,63
217	0,3	165,5	-2,65
217	0,33	165,3	-2,67
238,7	0,27	164,1	-2,89
238,7	0,3	164,0	-2,92
238,7	0,33	163,9	-2,94

Tableau 2.2 – Flèche et angle de retour élastique pour une simulation de pliage en vé en fonction des paramètres élastique ( $E$ ,  $\nu$ ) .

plus le retour élastique est réduit, ce qui est conforme aux résultats de pliage expérimentaux classiques.

Les moyens de mesure du module d'Young, présentés dans la section 2.6 pour le C68, donnent comme valeur du module d'Young,  $E = 220$  GPa pour la mesure par ultrasons et  $E = 212$  GPa pour les essais de traction. Au vu des dispersions constatées dans le tableau 2.2, se pose alors la question de savoir quelle valeur de module d'Young considérer pour la simulation d'une opération de mise en forme sur ce matériau et quelle sera la validité de la prédiction de la géométrie de la pièce finale. Pour répondre à ce type de questions, il est donc nécessaire de comprendre pourquoi ces moyens de mesure fournissent des résultats avec autant de dispersion et quel est donc le moyen à privilégier, s'il y en a un, pour réaliser les mesures de ce module au plus près de son sens premier.

## 2.4 Influence des phénomènes réversibles sur le module d'Young

Lors d'un essai destiné à mesurer le module d'Young, la présence de dislocations induit des phénomènes de pseudo-élasticité et de microplasticité (voir section 1.4.3.2). En effet, les segments de dislocations se courbent sous la contrainte appliquée, induisant un phénomène d'élasticité (au sens mouvement réversible), si le rayon de courbure de la dislocation n'atteint pas une valeur limite. Ainsi, l'élasticité du réseau cristallin et la pseudo-élasticité des segments de dislocations affectent le comportement élastique « pur » du réseau. La mesure de la pente sur la courbe contrainte déformation (ou force déplacement) fait donc plutôt apparaître un module « global » qui intègre les effets des différents phénomènes mobilisés lors de ce premier stade de déformation. Ce module intègre donc : l'élasticité intragranulaire, l'effet de la distribution granulaire et le double effet d'homogénéisation et d'incompatibilité qu'elle entraîne et l'effet d'activation de dislocations produisant des déformations locales réversibles ou non. A ce stade, la loi de mélange est sans doute difficile à appréhender. C'est probablement pour cela que les

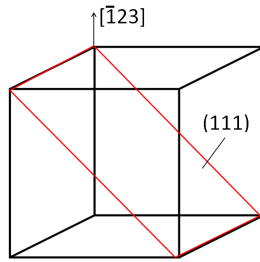


Figure 2.4 – Orientation du grain et direction de traction.

auteurs qui se consacrent au sujet utilisent le vocable de module d'élasticité « apparent » pour désigner le résultat de la mesure macroscopique effectuée à partir des résultats d'un essai de traction. Afin d'étudier l'influence des phénomènes réversibles ne provenant pas de l'élasticité pure de réseau sur la valeur du module d'Young, des simulations ont été effectuées grâce à un code de Dynamique des Dislocations Discrètes (DDD). Ce code simule le mouvement et la multiplication des dislocations en réponse à un champ de contrainte imposé par un chargement extérieur et aux interactions entre dislocations.

Une source de dislocations a été introduite dans un grain de forme cubique de taille d'arête  $14\text{ }\mu\text{m}$ . Le segment se comporte sous l'effet du chargement comme une source de Frank-Read, et est suffisant pour générer après quelques pas de calcul une microstructure de dislocations réaliste. Le comportement du grain (en l'absence de dislocations) est considéré comme élastique et son module d'Young  $E$  est fixé à  $120\text{ GPa}$ . L'orientation du grain est telle que le plan passant par les diagonales de deux faces opposées du cube correspond au plan  $(111)$  d'un cristal cubique face centrée (CFC). Ce grain est soumis à un champ de contrainte correspondant à un essai de traction. La direction de traction est  $[\bar{1}23]$  et correspond à du glissement simple (activation du système B4). L'orientation du grain et la direction de traction sont représentées sur la figure 2.4. La détermination du module d'Young « apparent » est effectuée par la mesure du module de corde sur la courbe contrainte-déformation.

La figure 2.5a montre que la plasticité est réversible : la microstructure qui est formée à la charge est détruite à la décharge. Il y a aussi l'apparition de glissement dévié, qui lui aussi est réversible. La courbe contrainte-déformation (figure 2.5b) montre un module d'Young « apparent » de valeur plus faible que le module d'élasticité initial. En effet, la présence de dislocations dans un matériau induit un phénomène de pseudo-élasticité. Dans le domaine élastique et à contrainte équivalente, la déformation est plus importante en présence de dislocations et la valeur du module d'Young mesurée est alors affectée. Ceci implique que lors d'un essai de caractérisation, la présence de dislocations induit un effet sur la mesure du module d'Young.

### 2.4.1 Influence de la densité de dislocations

La présence de dislocations influe sur la valeur du module d'Young « apparent » lors de la simulation d'un essai de traction en DDD. Deux simulations ont été effectuées en faisant varier la densité de dislocations initiale pour étudier la sensibilité du module d'Young à ce paramètre. La

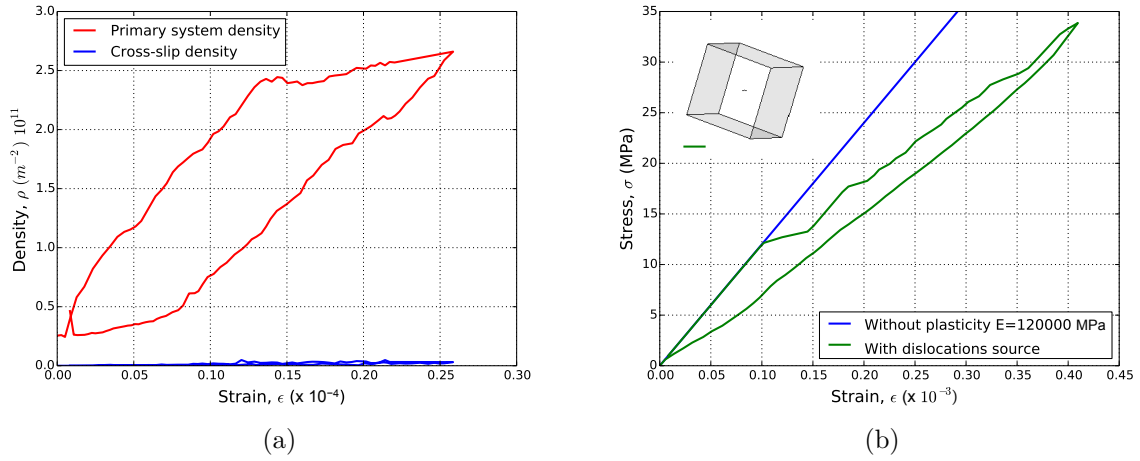


Figure 2.5 – Evolution de la densité de dislocations sur le système primaire et sur le système dévié en fonction de la déformation (a) et influence de la multiplication réversible de dislocations sur le module d'Young apparent (b).

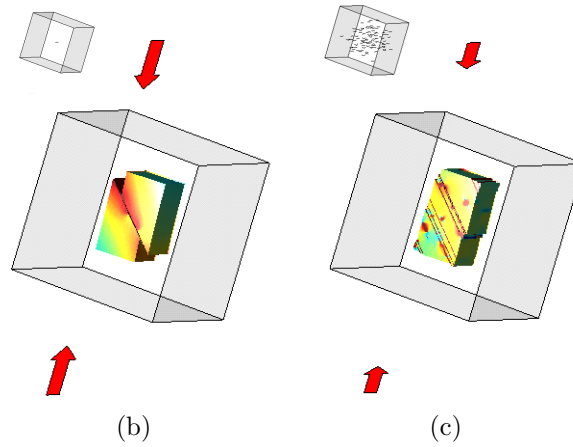
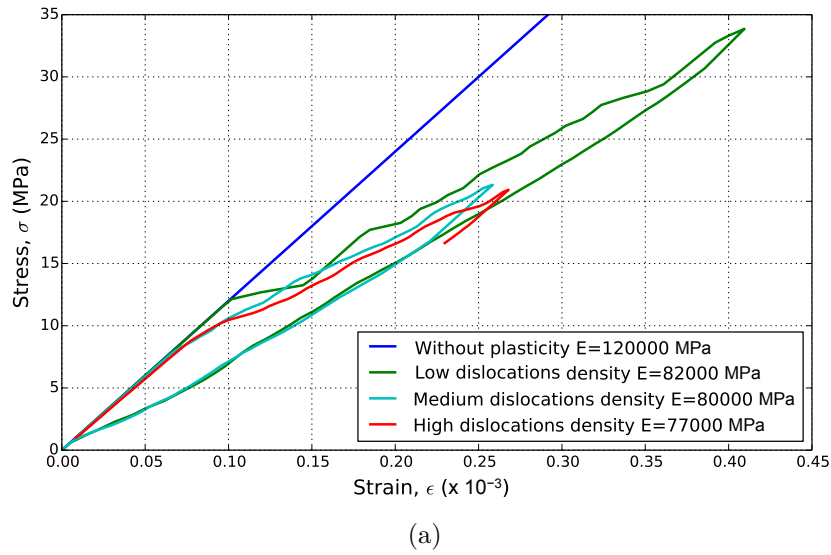


Figure 2.6 – Influence de la densité initiale de dislocations sur le module d'Young apparent (a) ; répartition de la déformation pour une source de dislocations (b) et répartition de la déformation avec une densité plus importante de dislocations (c).

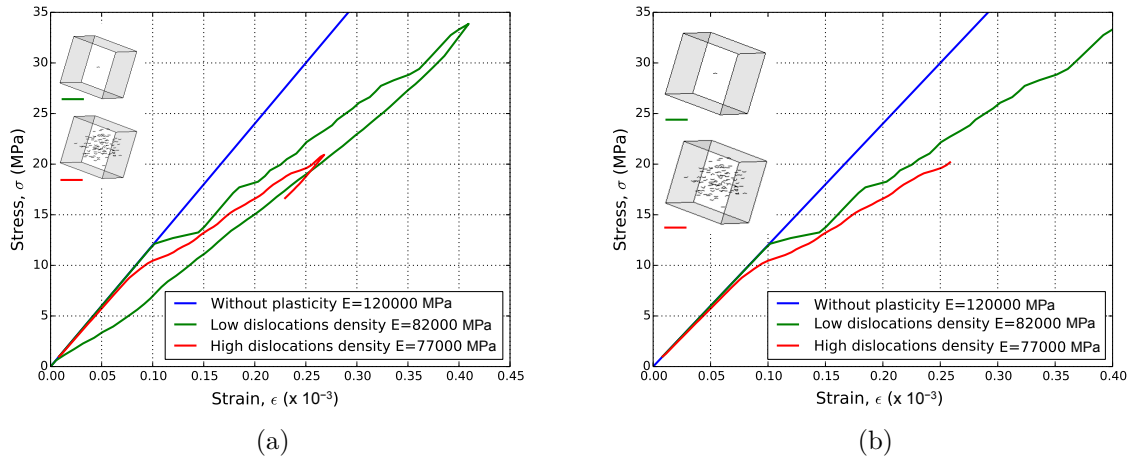


Figure 2.7 – Influence de la taille de grain sur la valeur du module d’Young apparent pour un grain d’arête  $14 \mu\text{m}$  (a) et pour un grain d’arête  $21 \mu\text{m}$  (b).

configuration de l’essai est identique à celui effectué précédemment (voir figure 2.4). La figure 2.6a montre que la valeur du module d’Young « apparent » décroît avec l’augmentation de la densité de dislocations initiale ( $\rho_{init}$ ). En effet, une forte densité de dislocations répartit la déformation plastique dans le grain et celui-ci apparaît moins raide (voir figure 2.6c). Ces résultats vont dans le sens des essais expérimentaux montrant une décroissance du module d’Young avec la déformation plastique (voir paragraphe 2.2). En effet, avec l’augmentation de la déformation plastique, la densité de dislocations dans les grains du matériau augmente du fait de la création de nouvelles boucles de dislocations selon le phénomène de sources de Frank-Read.

### 2.4.2 Influence de la taille du grain

Des simulations sont réalisées afin d’étudier l’influence de la taille de grain sur le module d’Young pour une même densité de dislocations. Cette analyse est complétée en faisant varier la densité de dislocations initiale. Les deux grains simulés sont de longueur d’arête, respectivement,  $14 \mu\text{m}$  et  $21 \mu\text{m}$ . Les résultats sont présentés dans la figure 2.7. Pour une source de dislocations, la valeur du module d’Young apparent ne dépend pas de la taille de grain. Il en est de même pour une densité de dislocations plus importante.

Dans le cadre relativement restreint de ces deux simulations, la taille de grain ne présente pas, à priori, d’influence notable sur la valeur du module d’Young apparent.

### 2.4.3 Influence de l’orientation

L’effet de l’orientation du grain sur la valeur du module d’Young apparent est étudié en changeant la direction de traction. La direction initiale de traction est  $[\bar{1}23]$  et correspond à un glissement simple (activation du système B4). Dans une deuxième simulation, la direction de traction est orientée selon l’axe  $[\bar{1}11]$ , qui induit du glissement multiple avec une activation des systèmes B4, B5, C1, C5, D1 et D4 pour un cristal CFC. Les microstructures initiales et finales

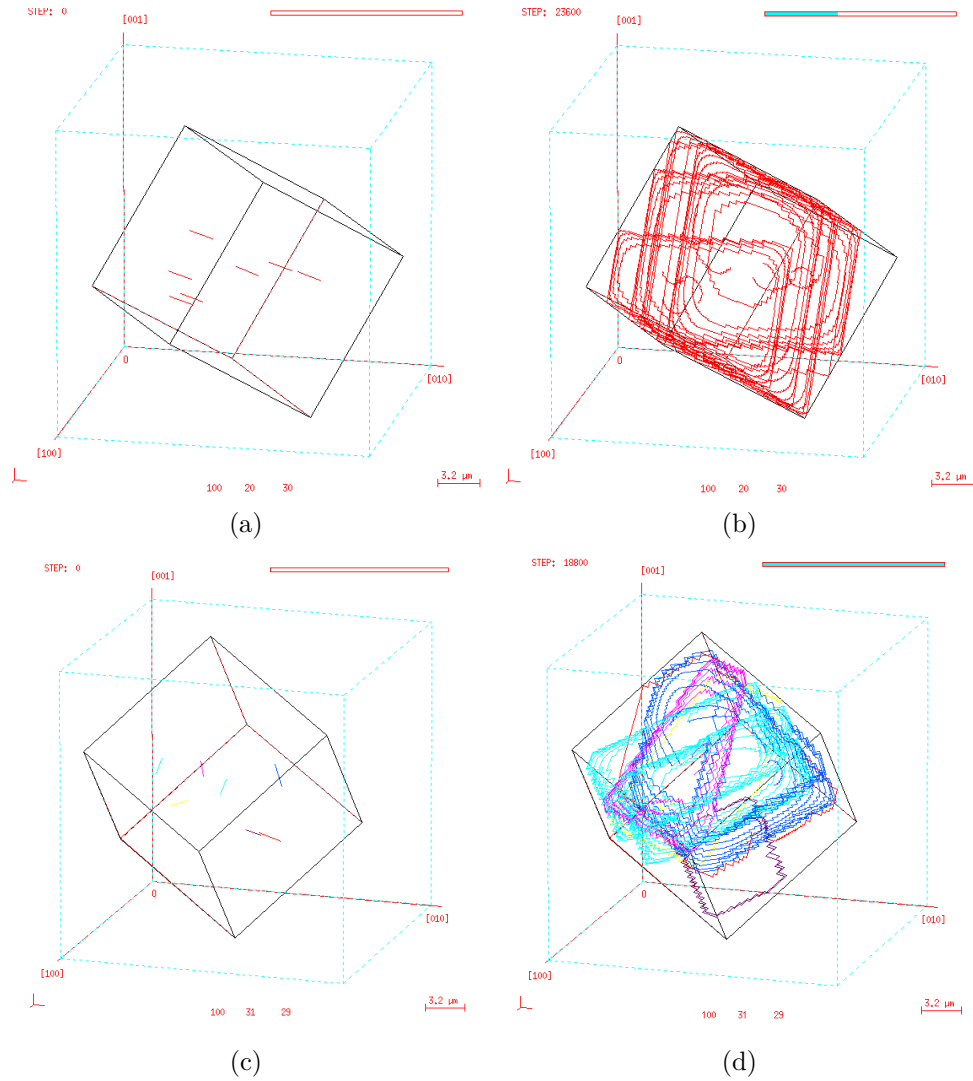
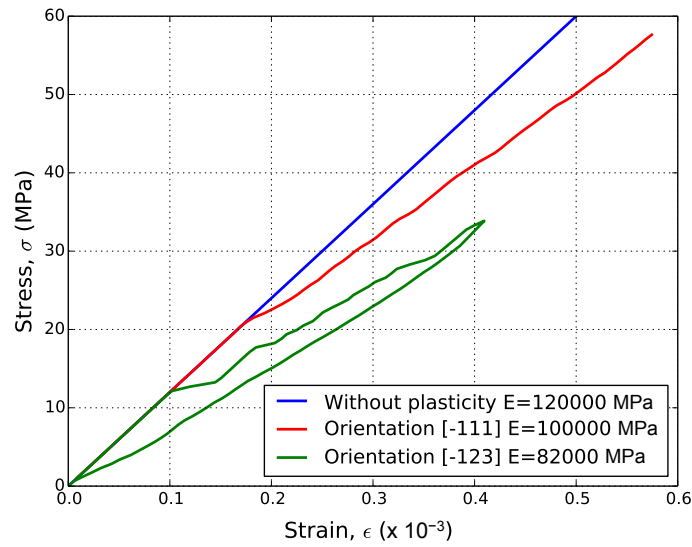


Figure 2.8 – Microstructure initiale (a) et finale (b) pour une orientation de traction  $[\bar{1}23]$  (avec système actif B4) ; microstructure initiale (c) et finale (d) pour une orientation de traction  $[\bar{1}11]$  (avec systèmes actifs B4, B5, C1, C5, D1 et D4).

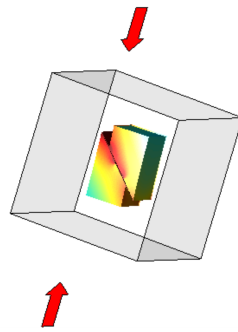
de ces simulations sont présentées sur la figure 2.8. Il apparaît que les microstructures finales générées (figures 2.8b et 2.8d) sont fortement dépendantes des systèmes activés et donc de la direction de la sollicitation.

La figure 2.9a montre ainsi que des orientations très différentes, qui présentent un comportement plastique très différent (figure 2.9b et 2.9c) induisent une variation sur la valeur du module d'Young apparent. Ainsi, pour ces deux simulations, le module d'Young apparent est plus faible pour la direction de traction  $[\bar{1}23]$  que pour la direction  $[\bar{1}11]$ . Une hypothèse est que dans le cas où seul un système est actif (traction suivant l'axe  $[\bar{1}23]$ ), le mouvement des dislocations n'est pas entravé par le mouvement des dislocations des autres systèmes de glissement (comme pour la traction suivant l'axe  $[\bar{1}11]$  où 6 systèmes de glissement sont actifs).

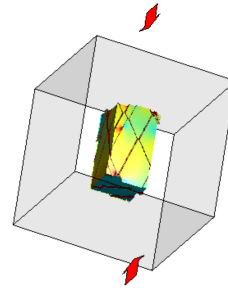
La présence de dislocations dans un matériau tel que le cuivre implique que le module d'Young apparent généralement mesuré lors d'un essai de caractérisation ne correspond pas parfaitement au module d'élasticité. Ce module apparent est une combinaison du module d'élasticité



(a)



(b)



(c)

Figure 2.9 – Influence de l'orientation sur la valeur du module d'Young apparent (a) ; répartition de la déformation en glissement simple pour une orientation de traction  $[\bar{1}23]$  (b) et répartition de la déformation en glissement multiple pour une orientation de traction  $[\bar{1}11]$  (c).

du réseau cristallin et d'un module issu de la pseudo-élasticité des dislocations.

## 2.5 Modèle proposé pour le module d'Young

Le module d'Young étant influencé par les dislocations, nous proposons donc de considérer le module d'Young apparent comme résultant de la contribution de deux modules élémentaires : un module d'élasticité  $E_p$  pur lié aux forces de cohésion des atomes et un module  $E_d$  lié à l'influence des dislocations. Ce module  $E_d$  est la constante qui lie la déformation associée à un mouvement réversible de dislocation à la contrainte. La modélisation de la microplasticité est possible en intégrant cette modélisation au modèle hétérogène hybride. Considérons :

- $E_{app}$  et  $\epsilon$  le module d'Young apparent et la déformation globale,
- $E_p$  et  $\epsilon_p$  le module d'élasticité des liaisons atomiques et sa déformation associée,
- $E_d$  et  $\epsilon_d$  le module lié aux dislocations et sa déformation associée.

Pour une déformation élastique, il est alors possible d'écrire :

$$\begin{cases} \epsilon = \epsilon_p + \epsilon_d \\ \sigma = E_{app}\epsilon \\ \sigma = E_p\epsilon_p \\ \sigma = E_d\epsilon_d \end{cases} \quad (2.2)$$

Soit :

$$E_{app} = \frac{E_p E_d}{E_p + E_d} \quad (2.3)$$

Le module d'Young lié à l'influence des dislocations est accessible et quantifiable grâce aux calculs de DDD. Pour une microstructure donnée, il est en effet possible de simuler son comportement sous une condition de chargement déterminée. Notre modèle de comportement élastique doit alors être complété avec la détermination du module des liaisons atomiques. Il faut donc déterminer un moyen de mesure pour  $E_p$ , le module d'élasticité des liaisons atomiques. Du fait de la construction de ce modèle d'élasticité, il est nécessaire d'avoir accès à un moyen de mesure qui permette de déterminer le module d'Young à contraintes minimales afin de limiter les phénomènes de microplasticité et de pseudo-élasticité.

## 2.6 Les moyens de mesure de E

Cette section présente les différents moyens de mesure qui semblent pertinents afin de déterminer le module d'Young  $E_p$  des liaisons atomiques. Afin de valider ces moyens de mesure, des matériaux « école » ont été choisis. Le but de cette démarche est de déterminer des matériaux dont le module d'Young n'est pas (ou peu) sensible à l'influence des dislocations. Le verre et le plexiglas sont de bons candidats. En effet, le verre est une silice amorphe. Le verre n'est pas un



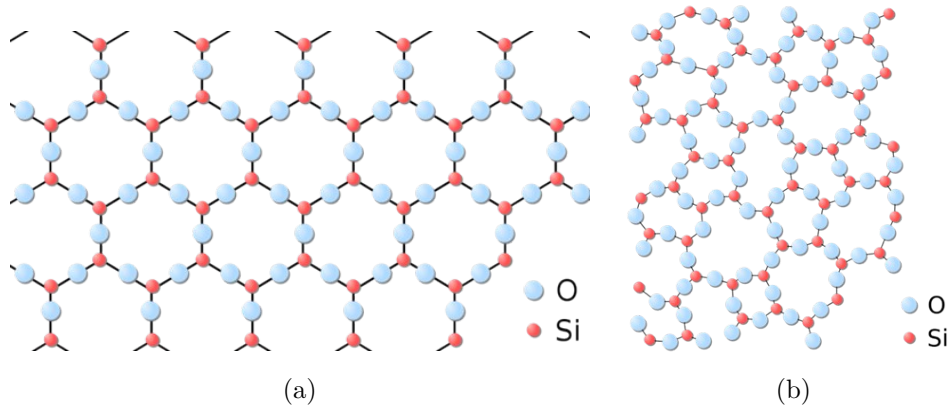


Figure 2.10 – Quartz, réseau cristallin ordonné (a) ; verre, silice amorphe (b).

arrangement ordonné d'atomes. La figure 2.10 présente la différence entre un quartz ( $SiO_2$  en réseau cristallin ordonné) et un verre (silice amorphe de composition  $SiO_2$ ). Par définition, il n'y a donc pas de dislocations dans le verre car les dislocations sont des défauts du réseau cristallin. En ce qui concerne le plexiglas, c'est un polymère composé de macro-molécules et n'est donc pas constitué en réseau cristallin. Tout comme le verre, il ne présente pas de dislocations.

Une fois les moyens de mesure calibrés avec ces matériaux « école », une dispersion des résultats sur des matériaux dont le mécanisme de déformation plastique est basé sur le mouvement des dislocations, permet de quantifier l'influence de celles-ci sur la valeur du module d'Young apparent.

### 2.6.1 Mesure par parcours d'ondes ultrasonores

Le principe de la mesure de module d'Young par parcours d'ondes ultrasonores est le principe de l'échographie. Le temps de propagation des ondes ultrasonores est directement lié aux paramètres élastiques ( $E$ ,  $\nu$ ) du matériau ainsi qu'à sa masse volumique  $\rho_v$ . L'essai consiste donc à mesurer la vitesse de propagation de ces ondes ultrasonores afin d'accéder directement aux paramètres du comportement élastique. Le module d'Young est déterminé par les formules suivantes :

$$E = 2\rho_v C_T^2 (1 + \nu) , \quad (2.4)$$

ou

$$E = \rho_v C_L^2 \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \quad (2.5)$$

et

$$\nu = \frac{1 - 2(C_T/C_L)^2}{2 - 2(C_T/C_L)^2} , \quad (2.6)$$

avec  $C_L$  la vitesse de propagation des ondes dans la direction longitudinale et  $C_T$  la vitesse de propagation des ondes dans la direction transverse.

L'appareil de mesure par ultrasons est un Olympus 38DL Plus. A cet appareil se raccorde un transducteur à contact qui joue à la fois le rôle d'émetteur et de récepteur. Un train d'onde est émis puis capté par le transducteur après réflexion sur le bord de l'échantillon. Deux types de

transducteurs sont utilisés : un transducteur pour la mesure des ondes longitudinales (fréquence des ondes émises de 10 MHz) et un transducteur pour la mesure des ondes transverses (fréquence des ondes émises de 5 MHz).

Ce test est considéré comme non destructif. En effet, les ondes ultrasonores sont des vibrations mécaniques de petite amplitude. En conséquence, ce test n'induit que de petites déformations élastiques au sein du matériau.

## Étalonnage

Une cale étalon en acier, en forme de gradin, est fournie avec ce dispositif. Cette cale permet de régler le dispositif sur une mesure d'épaisseur connue pour différentes épaisseurs (de 2,5 mm à 12,5 mm). Cependant, la calibration n'est valable que pour des mesures sur un matériau de même nature que la cale étalon. Pour le verre, comme pour le plexiglas, la calibration a été effectuée sur des échantillons d'épaisseur connue en faisant l'hypothèse que les propriétés mécaniques de chaque épaisseur sont similaires et en appliquant la même procédure d'étalonnage que celle appliquée sur la cale étalon en acier.

## Résultats

La mesure est réalisée 5 fois sur chaque matériau. Les résultats pour le verre en 2 épaisseurs et le plexiglas sont présentés dans le tableau 2.3.

Matériau	$E$ (GPa)	Ecart type (GPa)
Verre (4 mm)	72,2	1,27
Verre (8 mm)	71,7	0,94
Plexiglas	3,89	$7,1 \cdot 10^{-3}$

Tableau 2.3 – Résultats pour la détermination du module d'Young par la mesure du temps de parcours d'une onde ultra-sonore.

### 2.6.2 Mesure vibratoire par la technique d'excitation par impulsion

Il est possible d'avoir accès au module d'Young d'un matériau en mesurant la réponse vibratoire d'un échantillon à une impulsion mécanique (IET, impulse excitation technique). En effet, la connaissance de la fréquence de résonance en flexion d'un échantillon et de ses dimensions et sa masse volumique permet de calculer la valeur du module d'Young grâce à la formule suivante :

$$E = 4\pi^2 \rho_v L^4 S \frac{f^2}{IX^4}, \quad (2.7)$$

où  $\rho_v$  est la masse volumique,  $L$  la longueur de l'échantillon,  $S$  la section de l'échantillon ( $S = le$  avec  $l$  la largeur et  $e$  l'épaisseur de l'échantillon),  $f$  la fréquence de résonance en flexion associée au facteur  $X$ ,  $I$  le moment quadratique ( $I = \frac{le^3}{12}$  pour un échantillon rectangulaire) et  $X$  un

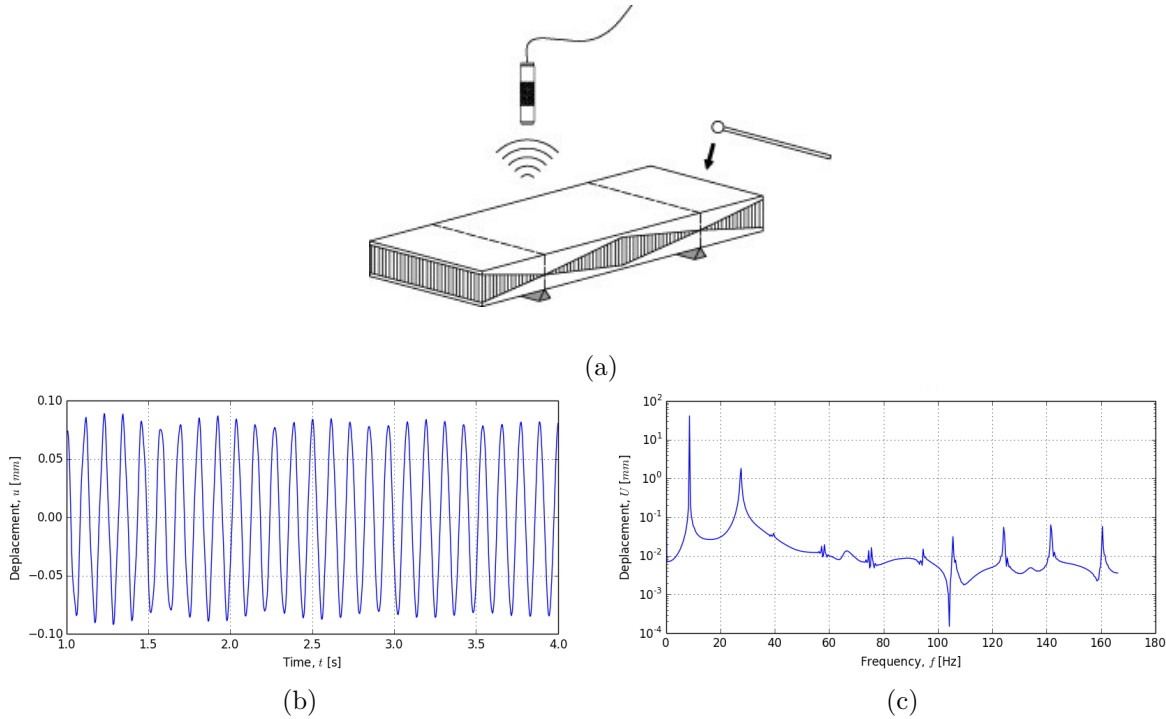


Figure 2.11 – Principe de mesure de module Young vibratoire IET : acquisition du signal (a), signal temporel (b) et transformée de Fourier (c).

facteur dépendant des conditions aux limites et du mode de vibration ( $X_1^2 = 22,37$  pour le premier mode en flexion d'une éprouvette aux bords libres).

Le principe est illustré sur la figure 2.11. Pour réaliser une mesure, un échantillon est soutenu par un système de suspension le long de deux lignes. Idéalement, on place ce système de suspension au plus près des nœuds d'amplitude de l'échantillon. L'échantillon est frappé à un ventre d'amplitude. Le premier mode de vibration en flexion est le mode le plus simple à exciter car les ventres d'amplitude se situent au centre de l'éprouvette et à ses bords. Le signal vibratoire est enregistré par un microphone au plus près d'un ventre d'amplitude. Une fois l'acquisition effectuée, l'utilisation d'une transformation de Fourier permet de passer du signal temporel à une décomposition fréquentielle de celui-ci. Cette transformation fournit donc une fréquence qui permet de déterminer le module d'Young grâce à la formule 2.7. Notre banc de mesure est composé d'un support d'éprouvette et d'un micro-cravate unidirectionnel. L'acquisition est réalisée par une carte d'acquisition National Instruments BNC-2110 et le traitement du signal est effectué grâce au logiciel Labview.

## Étalonnage

Afin d'étalonner le dispositif d'acquisition du signal, des diapasons de fréquence  $La = 440$  Hz et  $2\,000$  Hz ont été utilisés. Après acquisition, traitement et décomposition dans le domaine fréquentiel, les signaux issus des diapasons sont analysés par notre dispositif. Les fréquences ainsi déterminées après transformée de Fourier sont de  $440$  Hz et de  $2\,000$  Hz avec une précision

de 0,1%.

## Résultats

La mesure est réalisée 5 fois sur chaque matériau. Les résultats pour le verre et le plexiglas sont présentés dans le tableau 2.4.

Matériau	$E$ (GPa)	Écart type (GPa)
Verre (4 mm)	71,89	0
Verre (8 mm)	72,6	$2 \cdot 10^{-2}$
Plexiglas	3,9	$2 \cdot 10^{-2}$

Tableau 2.4 – Résultats pour la détermination du module d'Young par mesure vibratoire.

### 2.6.3 Mesure DMA en flexion 3 points

Les essais d'analyse mécanique dynamique (DMA, Dynamic Mechanical Analysis) permettent de déterminer les propriétés viscoélastiques des matériaux :

- le module élastique ou de conservation ( $E'$ ) mesure l'élasticité du matériau,
- le module visqueux ou de perte ( $E''$ ) traduit la capacité du matériau à dissiper de l'énergie,
- le module complexe mesure la résistance totale du matériau à la déformation :

$$E^* = E' + jE'' . \quad (2.8)$$

Le principe de cet essai repose sur l'analyse de la réponse d'un matériau soumis à une déformation imposée sinusoïdale (hors résonance). La réponse à cette sollicitation est mesurée et l'angle de déphasage ( $\delta$ ) entre la déformation initiale et la réponse ainsi que la raideur ( $k$ ) du matériau sont déterminés. Le déphasage est lié aux propriétés viscoélastiques du matériau. L'angle  $\delta$  est calculé à partir du traitement de ces signaux par une transformée de Fourier rapide (notée FFT). La raideur est définie par la formule 2.9 :

$$k = \frac{F}{x} \quad [\text{N.m}^{-1}] , \quad (2.9)$$

avec  $F$  la force mesurée et  $x$  le déplacement imposé.

La partie réelle du module ( $E'$ ) est déterminée par la formule 2.10 pour un essai en flexion 3 points :

$$E' = \frac{24L^3}{be^3\pi^4} \left( k \cos \delta + \frac{\omega^2 \rho_v L b e}{2} \right) , \quad (2.10)$$

où  $k$  est la raideur mesurée,  $e$  et  $b$  respectivement la hauteur et la largeur de l'éprouvette,  $\rho_v$  la masse volumique de l'échantillon,  $L$  la distance entre les appuis,  $\delta$  l'angle de phase,  $\omega$  la pulsation ( $\omega = 2\pi f$ ) et  $f$  la fréquence de la sollicitation imposée à l'échantillon.

La partie imaginaire ( $E''$ ) est ensuite calculée par la formule 2.11 :

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} . \quad (2.11)$$

Par définition, la valeur de l'angle de déphasage est comprise entre  $0 \leq \delta \leq 90^\circ$ . Les valeurs limites de  $\delta$  correspondent au solide purement élastique (solide de Hooke) pour  $\delta = 0$  et au liquide purement visqueux (liquide newtonien) pour  $\delta = 90^\circ$ .

## Résultats

Ces essais sont réalisés en flexion 3 points sur une machine dynamique BOSE ElectroForce 3550. Les éprouvettes de verre et de plexiglas ont une section (épaisseur  $e$  et largeur  $b$ )  $e = 4$  mm ou  $e = 8$  mm et  $b = 15$  mm. La distance  $L$  entre les appuis est de 160 mm. Ces mesures ont été réalisées en fréquence entre 0,1 et 4,1 Hz. Les déplacements de la traverse sont comprises entre  $-0,5$  mm et  $-1,5$  mm par rapport à l'horizontale pour le plexiglas et entre  $-0,4$  mm et  $-0,8$  mm par rapport à l'horizontale pour le verre. La mesure est réalisée 3 fois sur chaque matériau.

Les valeurs de la partie réelle du module d'Young complexe et la valeur de  $\tan \delta$  sont données dans le tableau 2.5 :

Matériau	$E'$ (GPa)	$\tan \delta$
Verre (4 mm)	69,4	$2.10^{-3}$
Verre (8 mm)	70,2	$3.10^{-3}$
Plexiglas	3,7	$8.10^{-2}$

Tableau 2.5 – Résultats pour la détermination du module d'Young en DMA en flexion 3 points.

### 2.6.4 Conclusion concernant l'étalonnage des moyens de mesure grâce aux matériaux écolés

L'ensemble des résultats de mesure de module pour les différents moyens de mesure sont regroupés dans le tableau 2.6.

Matériau	$E$ (GPa)		
	Ultrasons	IET	DMA
Verre (4 mm)	72,2	71,9	69,4
Verre (8 mm)	71,7	72,6	70,2
Plexiglas	3,9	3,9	3,7

Tableau 2.6 – Module d'Young mesuré sur trois matériaux par trois essais différents.

Type d'essai	C68		Cu pur	
	$E$ (GPa)	Écart type (GPa)	$E$ (GPa)	Écart type (GPa)
Essai de traction	213	2,21	133,3	2,95
Ultrasons	219,9	0,71	131,3	0,56
IET	219,9	0,15	131,1	0,22
DMA	224	0,61	129,8	0,15

Tableau 2.7 – Mesure de module d'Young d'une nuance d'acier C68 et d'une nuance de cuivre pur par quatre méthodes différentes.

En résumé, pour chaque matériau « école » l'écart le plus important entre deux moyens de mesure est de 4,5 % pour le verre 4 mm, 3,3 % pour le verre 8 mm et 5,2 % pour le plexiglas. Ces moyens de mesure ont été étalonnés grâce à des matériaux ne présentant pas de modes de déformations issus de l'influence des dislocations. Ainsi, en cas de variation de moins de 5 % sur les valeurs du module d'Young, établies par chacun des moyens de mesure sur un matériau présentant des dislocations, il est impossible de conclure sur la pertinence d'un essai ou d'un autre pour quantifier le module d'Young de réseau.

## 2.7 Résultats des mesures expérimentales du module d'Young

Des mesures de module d'Young ont été réalisées sur un acier C68 et sur un cuivre électrolytique pur. Ces deux matériaux se présentent sous la forme de plaques de format approximativement A4 et d'épaisseur 1,5 mm. Les trois moyens de mesures détaillés précédemment ont été utilisés (méthode vibratoire, parcours d'onde ultra-sonore et DMA). L'essai de traction étant couramment utilisé pour déterminer le module d'Young, ce type de mesure a été intégré au protocole expérimental. La déformation est mesurée grâce à un extensomètre de type INSTRON 2620-601 dont la longueur entre les couteaux est de 12,5 mm. Afin d'obtenir une meilleure précision sur la valeur du module, celui-ci est déterminé sur un cycle de 50 charges et décharges. Les contraintes maximum et minimum pour chaque essai de cyclage sont fixés respectivement à 50 % et 10 % de la limite d'élasticité; cette limite est déterminée à partir des résultats d'un essai de traction effectué jusqu'à la rupture pour une éprouvette de traction de chaque matériau. La contrainte seuil de 50 % a été retenue de manière à ce que l'influence des dislocations soit minimale mais que l'écart avec la contrainte seuil de 10 % soit assez significatif afin de minimiser les erreurs de mesure de module de corde.

Les résultats des mesures avec les différents moyens de mesure sont présentés dans le tableau 2.7. La mesure est réalisée au minimum 3 fois sur chaque matériau et pour chaque moyen de mesure. L'écart maximum entre deux moyens de mesure est de 5,1 % pour le C68 et de 2,7 % pour la nuance de cuivre pur. Ces variations sur la valeur du module d'Young sont dans l'intervalle d'écart déterminé par les mesures effectuées sur les matériaux « école » ne présentant pas de dislocations. Il n'est alors pas possible de conclure sur la pertinence de tel ou tel moyen

de mesure pour quantifier la mesure du module d'Young. Une hypothèse est que chaque moyen de mesure est perturbé par l'influence des dislocations.

## 2.8 Mesures à froid

Le mouvement des dislocations est un phénomène qui est thermiquement activé. En effet, leur progression dans le réseau cristallin est contrôlée par les forces de Peierls-Nabarro et par la force d'entraînement. Ainsi, lorsque la température diminue, leur mouvement devient de plus en plus difficile : la cission critique pour laquelle leur mouvement devient possible augmente. La déformation plastique, étant issue du mouvement des dislocations, apparaît alors pour une contrainte plus élevée. La limite d'élasticité augmente donc avec la diminution de la température. Ce blocage du mouvement des dislocations à basse température explique les phénomènes de rupture fragile à froid dans les matériaux métalliques. Il est à noter que l'influence de la température sur le mouvement des dislocations est très dépendant de la structure du matériau. Alors que cette influence est marquée pour les matériaux cubiques centrés (CC), elle est moindre pour les matériaux cubiques faces centrées (CFC) [39]. Toutefois, quelle que soit la structure du matériau, la mesure de module d'Young à froid semble tout de même pertinente afin de minimiser l'influence du mouvement des dislocations sur la mesure du module d'Young.

Des mesures de module d'Young à froid sont effectuées à la fois sur un essai de traction et un essai vibratoire. L'essai de traction a été retenu du fait de la présence au laboratoire SYMME d'une enceinte thermique à refroidissement par azote liquide disponible sur la machine d'essai de traction. Cette enceinte thermique permet d'effectuer des mesures jusqu'à la température de  $-80^{\circ}\text{C}$ , ce qui correspond au minimum de la plage d'utilisation de l'extensomètre. Cette enceinte thermique n'étant pas adaptable sur la machine dynamique, l'essai DMA a été écarté. L'essai par mesure du temps de parcours d'une onde ultra-sonore a aussi été écarté car la plage d'utilisation des transducteurs ne permet pas une utilisation jusqu'à la température de liquéfaction de l'azote. Les résultats des essais par cyclage en traction sont présentés sur la figure 2.12. Ces résultats ne sont pas conformes à la littérature. Ledbetter [43] a compilé les mesures du module d'Young en fonction de la température de plusieurs matériaux (dont le cuivre et l'acier) issues de différentes sources. La forme des courbes  $E$  en fonction de la température présente quasiment systématiquement un plateau au zéro absolu et la courbe est ensuite strictement décroissante (figure 2.13). Il n'a pas été possible de déterminer précisément l'origine de cette erreur de mesure, mais il semblerait que la cause soit probablement issue de la chaîne d'acquisition de la déformation au cours de l'essai avec l'extensomètre. La solution de la mesure de la déformation par corrélation d'images n'a pu être mise en place du fait que sous l'effet de l'injection d'azote liquide dans la chambre de l'enceinte thermique, l'éprouvette est entourée d'un brouillard opaque.

Pour les mesures en température grâce à la technique vibratoire, la mesure de la température doit être effectuée grâce à plusieurs moyens de mesure du fait de leur intervalle limité d'utilisation. Pour des raisons pratiques, les mesures de la température ambiante jusqu'à  $-40^{\circ}\text{C}$  ont été effectuées grâce à un pyromètre FLUKE 561. Sur cet intervalle de mesure, la précision

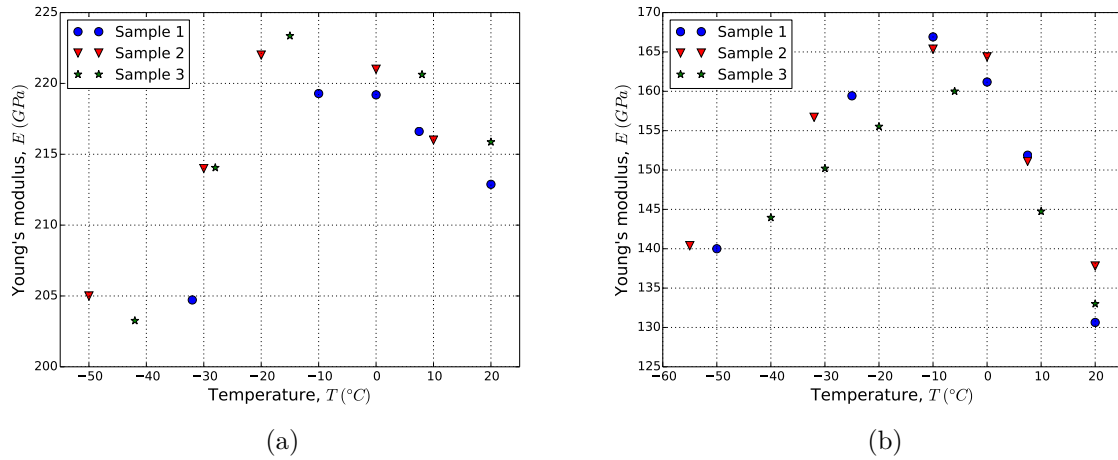


Figure 2.12 – Module d'Young en fonction de la température, moyenne sur 50 mesures de module à la décharge sur un essai de traction cyclique pour le C68 (a) et le cuivre pur (b).

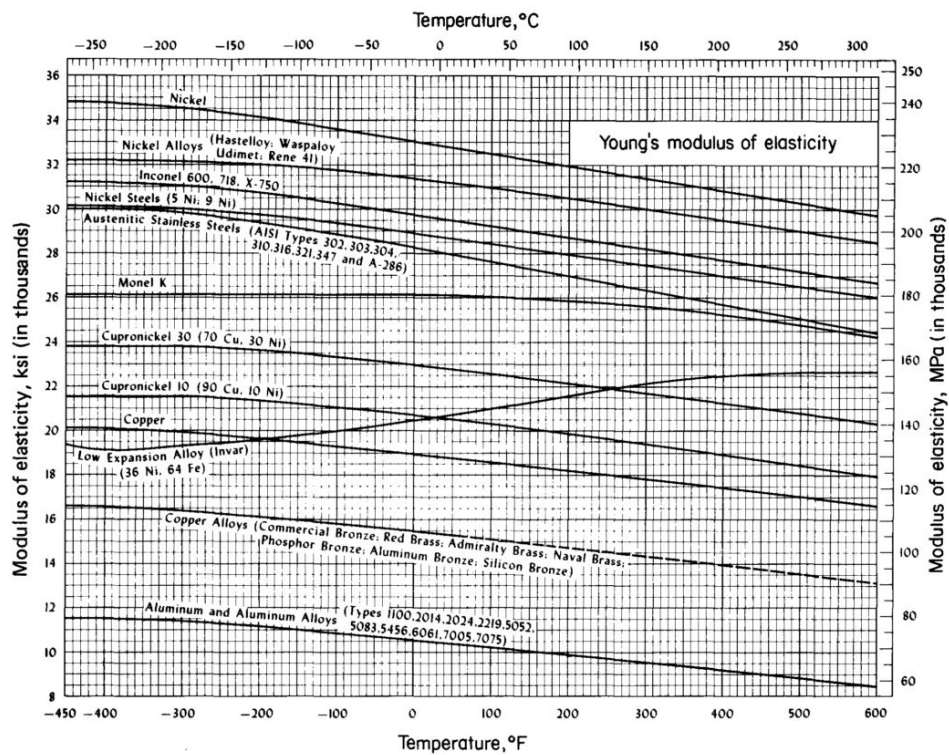


Figure 2.13 – Module d'Young en fonction de la température pour différents matériaux. Source : Ledbetter [43].



du pyromètre est  $\pm 1^\circ\text{C}$ . Les mesures de  $-40^\circ\text{C}$  à  $-80^\circ\text{C}$  sont effectuées grâce au capteur de température de l'enceinte thermique de la machine de traction. Après stabilisation de la température de l'enceinte thermique, la température mesurée par la sonde de celle-ci et la température mesurée par le pyromètre ne présentent pas d'écart significatif (moins de  $2^\circ\text{C}$  d'écart). Ainsi, la mesure de la température de l'ambiante jusqu'à la température minimum de l'enceinte thermique peut être considérée comme continue. Pour déterminer une mesure de module d'Young à une température inférieure à  $-80^\circ\text{C}$ , les éprouvettes sont refroidies en les plongeant dans l'azote liquide. La mesure de la température au moment de l'essai est évaluée grâce à l'équation différentielle de Newton (équation 2.12) qui décrit l'évolution de la température par convection d'un système plongé dans une source chaude (ou froide) en l'absence de conduction. L'éprouvette étant suspendue sur des éléments filaires l'hypothèse d'un transfert conductif nul a été considérée.

$$\frac{dT}{dt} = k_T(T - T_0) , \quad (2.12)$$

où  $T$  est la température,  $k_T$  une constante dépendant du matériau et  $T_0$  la température de la source. La température de la source chaude est la température ambiante au moment de l'essai, soit  $20^\circ\text{C}$  (mesure du capteur de température de l'enceinte thermique corrélée par la mesure issue du pyromètre). Pour résoudre cette équation pour le cuivre et le C68, le temps pour passer de la température de l'azote liquide à la température de  $0^\circ\text{C}$  (mesure du pyromètre) est chronométré. Ce temps est de 10 minute pour le cuivre et 12 minutes pour l'acier. Ainsi, l'intégration de l'équation 2.12 permet d'établir l'équation 2.13 pour le cuivre et à l'équation 2.14 pour le C68 :

$$T(t) = 20 - 215 \times e^{-0.198t} , \quad (2.13)$$

$$T(t) = 20 - 215 \times e^{-0.237t} , \quad (2.14)$$

avec  $T$  en degrés Celsius et  $t$  en minutes. Le temps entre la sortie de l'éprouvette de l'azote liquide, le positionnement de celle-ci sur banc de test et l'acquisition du signal est d'environ 15 secondes, la température de l'éprouvette de cuivre et d'acier est respectivement estimée au moment de l'essai à  $-183^\circ\text{C}$  et  $-185^\circ\text{C}$ . Les résultats de mesure du module d'Young par analyse vibratoire en température sont présentés sur la figure 2.14. Ces résultats sont parfaitement cohérents avec les valeurs issues de la littérature [43].

Afin de s'assurer que le phénomène de blocage des dislocations a une influence sur l'augmentation du module d'Young à basse température, il est nécessaire d'étudier l'influence des phénomènes de contraction thermique sur la valeur du module d'Young. Lorsqu'un matériau subit un changement de température, la distance interatomique des atomes le composant varie. Ce phénomène s'explique par la dissymétrie du potentiel interatomique autour de la position d'équilibre des atomes au zéro absolu. La figure 2.15 présente une représentation de ce potentiel  $U$  comme la somme d'un terme attractif  $U_a$  et d'un terme répulsif  $U_r$ . A  $0^\circ\text{K}$ , le mouvement des atomes est figé. La distance interatomique est alors fixe (valeur  $r_0$  sur figure 2.15) et correspond au minimum du potentiel. A la température  $T$ , l'amplitude de la vibration d'un atome

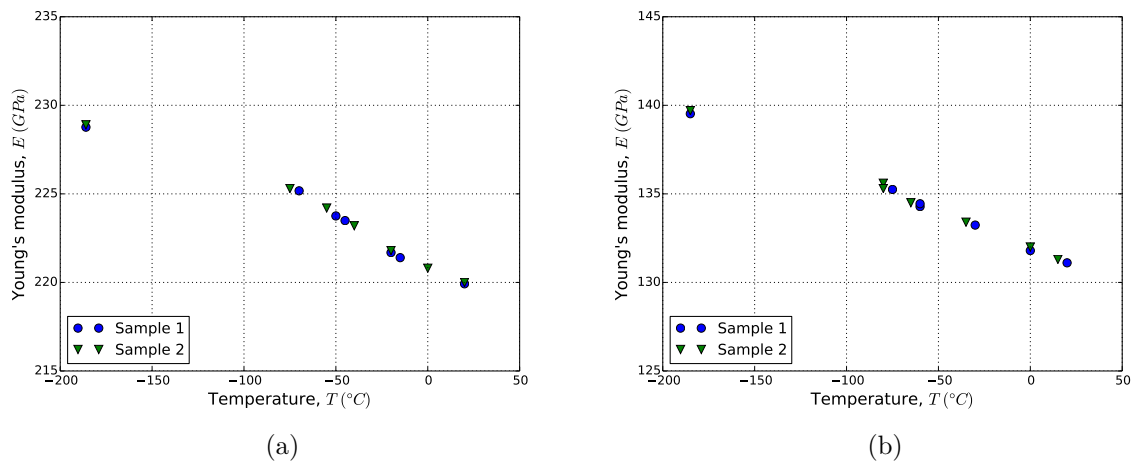


Figure 2.14 – Module d'Young en fonction de la température déterminé par analyse vibratoire pour le C68 (a) et le cuivre pur (b).

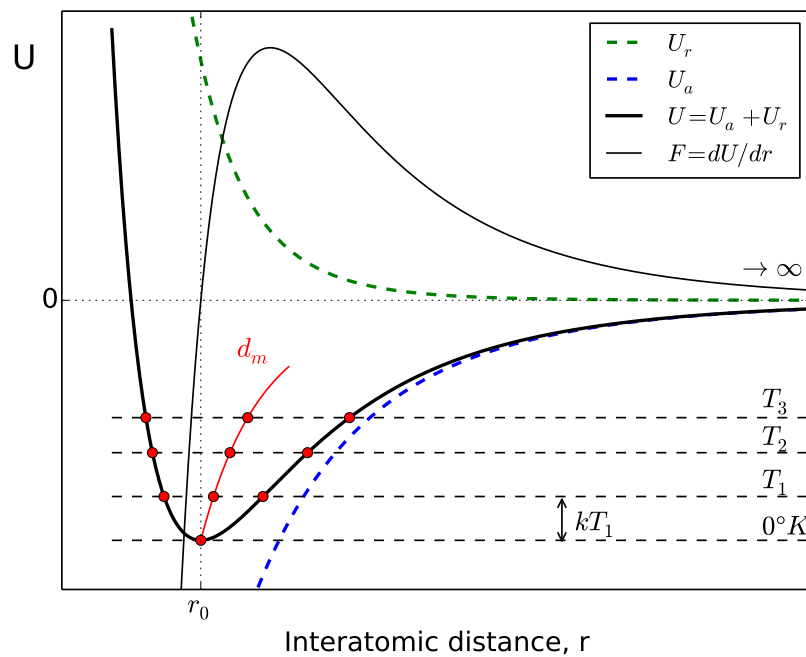


Figure 2.15 – Potentiel interatomique  $U$ , somme d'un potentiel répulsif  $U_r$  et d'un potentiel attractif  $U_a$ .

correspond à la distance entre les deux intersections du puits de potentiel et l'isovaleur de potentiel située à  $k_B T$  du fond du puits de potentiel (avec  $k_B$  la constante de Boltzmann). Avec l'augmentation de la température, les atomes vibrent donc autour d'une valeur moyenne  $d_m$  qui augmente elle aussi. Ceci décrit l'origine physique de la dilatation thermique. Ce phénomène de dilatation thermique est systématiquement présenté comme l'origine physique de la décroissance du module d'Young avec l'augmentation de la température. Afin de quantifier l'influence de la contraction thermique sur la valeur du module d'élasticité lors du refroidissement, il est nécessaire d'exprimer le module d'Young en fonction de la distance interatomique.

Considérons un matériau métallique. Dans le cas des petites déformations élastiques, la contrainte s'exprime en fonction de la déformation selon la loi de Hooke (équation 1.2). Soit  $r$  la distance entre deux atomes. La loi de Hooke, exprimée pour un déplacement  $dr$  d'un atome par rapport à sa position d'équilibre et pour une contrainte appliquée sur une surface élémentaire  $r^2$  peut alors s'écrire :

$$\frac{dF}{r^2} = E \frac{dr}{r} , \quad (2.15)$$

avec  $E$  le module d'élasticité de la liaison, soit :

$$E(r) = \frac{dF(r)}{dr} \frac{1}{r} . \quad (2.16)$$

La force liant deux atomes dans un métal est une force conservative. Elle découle donc d'un potentiel énergétique  $U(r)$ . On a donc :

$$F(r) = \frac{dU(r)}{dr} . \quad (2.17)$$

L'équation 2.16 peut donc s'écrire :

$$E(r) = \frac{d^2U(r)}{dr^2} \frac{1}{r} . \quad (2.18)$$

Un potentiel couramment utilisé pour décrire les interactions atomiques [64] est le potentiel de Lennard-Jones. Bien que ce potentiel soit assez « simpliste », son utilisation pour la détermination des paramètres élastiques de certains matériaux métalliques, dont le cuivre, donne des résultats satisfaisants. Ainsi, Heinz *et al.* [32] ont déterminé un module d'Young de 141 MPa pour une nuance de cuivre pour un module expérimental de 145 MPa. Ce potentiel s'écrit sous la forme suivante :

$$U(r) = 4\epsilon_{LJ} \left[ \left( \frac{\sigma_{LJ}}{r} \right)^{12} + \left( \frac{\sigma_{LJ}}{r} \right)^6 \right] , \quad (2.19)$$

avec  $\epsilon_{LJ}$  et  $\sigma_{LJ}$  des constantes du matériau.  $\epsilon_{LJ}$  correspond à la profondeur du puit de potentiel et  $\sigma_{LJ}$  est la distance finie pour laquelle le potentiel  $U$  est nul. La valeur de ces paramètres pour le cuivre sont  $\epsilon_{LJ} = 0,415 \text{ eV}$  et  $\sigma_{LJ} = 2,277 \text{ \AA}$ . La question se pose sur la pertinence d'utiliser les paramètres issus de la littérature de la liaison Fe-Fe afin de modéliser le potentiel du C68. En effet, la figure 2.13 présente pour deux types d'aciers (inoxydable et nickel) la variation du

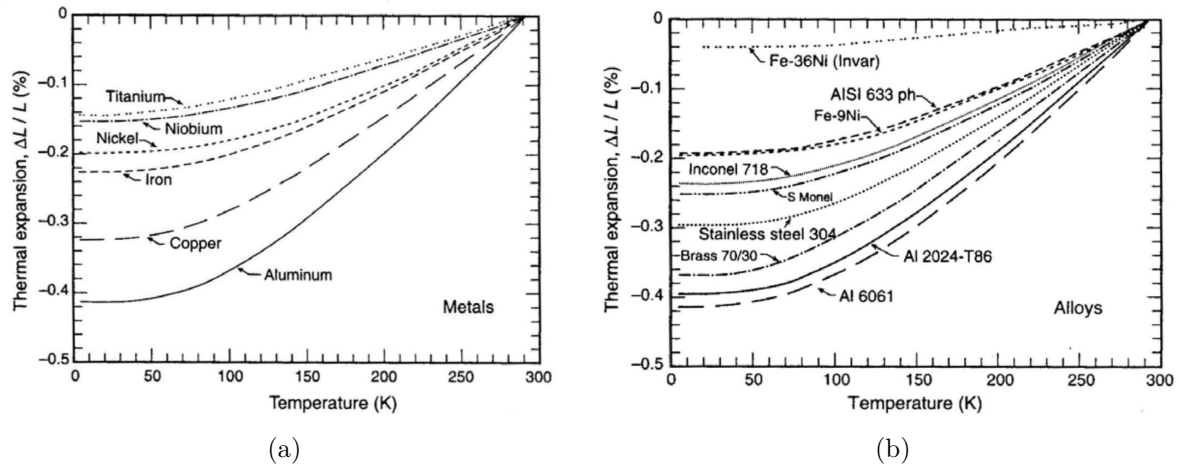


Figure 2.16 – Variation du coefficient de dilatation thermique linéique en fonction de la température pour les métaux (a) et les alliages (b). Source : Ekin [22].

module d'Young en fonction de la température. Cette variation n'est pas identique. Le module augmente d'environ 10% pour les aciers inoxydables et de 5% pour les aciers Ni lorsque la température passe de  $20^\circ\text{C}$  au zéro absolu. Ainsi, la composition de l'alliage entre en compte et l'utilisation de la dérivée seconde du potentiel Fe-Fe n'est donc pas à même de décrire cette variation différente du module d'Young en fonction de la température pour deux aciers différents. Dans la suite, l'approche de la variation du module d'Young en fonction de la température par des considérations de dilatation thermique est donc limitée au cuivre. Cependant, les informations sur la dilatation de l'acier sont données à titre de comparaison des valeurs du cuivre.

Afin de quantifier l'influence de la dilatation thermique sur le module d'Young, il est donc nécessaire d'établir la variation de la distance interatomique en fonction de la température. La figure 2.16 présente la variation du coefficient de dilatation thermique linéique en fonction de la température pour différents matériaux. En première approximation, pour le cuivre et les aciers, le coefficient de dilatation thermique présente une variation d'environ 0,3 % entre une température de  $20^\circ\text{C}$  et le zéro absolu. Plus précisément, Marquardt *et al.* [49] déterminent une équation qui exprime la variation du coefficient de dilatation thermique en fonction de la température (équation 2.20).

$$\frac{L_T - L_{293}}{L_{293}} = (a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 + a_4T^4) \cdot 10^{-5}, \quad (2.20)$$

où  $(L_T - L_{293})/L_{293}$  est le coefficient de dilatation thermique entre une température  $T$  et la température ambiante. Les coefficients  $a_n$  sont de coefficients d'unité  $\text{K}^{-n}$  et sont détaillés dans le tableau 2.8 pour le cuivre et l'acier. Les mesures de module d'Young sont effectuées pour une température la plus froide de  $-185^\circ\text{C}$ . Ainsi, l'équation 2.20 et les coefficients issus du tableau 2.8 donnent un coefficient de dilatation thermique de  $-0,29\%$  pour le cuivre et de  $-0,27\%$  pour l'acier à la température de  $-185^\circ\text{C}$  par rapport à une température de  $20^\circ\text{C}$ . Le calcul de la dérivée seconde du potentiel pour les distances interatomiques à  $20^\circ\text{C}$  et à  $-185^\circ\text{C}$  permet grâce à l'équation 2.16 de déterminer la variation du module d'Young de la liaison du

Coef. $a_n(K^{-n})$	Steel	Copper
$a_0$	$-2,9546 \times 10^2$	$-3,132 \times 10^2$
$a_1$	$-4,0518 \times 10^{-1}$	$-4,647 \times 10^{-1}$
$a_2$	$9,4014 \times 10^{-3}$	$1,083 \times 10^{-2}$
$a_3$	$-2,1098 \times 10^{-5}$	$-2,893 \times 10^{-5}$
$a_4$	$1,8780 \times 10^{-8}$	$3,351 \times 10^{-8}$
Data range	$4 - 300^\circ K$	$4 - 300^\circ K$

Tableau 2.8 – Coefficients pour le cuivre et l’acier de la formule 2.20. Source : Marquardt *et al.* [49].

cuivre pour cette variation de température. Ainsi, cette variation de module d’Young imputable aux phénomènes de contraction thermique est donnée par l’équation 2.21.

$$E(20^\circ C) = 0,967 \times E(-185^\circ C) . \quad (2.21)$$

Les résultats des essais en température présentés sur la figure 2.14 permettent de déterminer la variation effective du module d’Young en fonction de la température sur ce même intervalle :

$$E(20^\circ C) = 0,938 \times E(-185^\circ C) . \quad (2.22)$$

Il existe donc une différence de 3% entre la variation du module d’Young entre 20 et  $-185^\circ C$  pour la contribution attribuée à la dilatation thermique et les résultats expérimentaux. Il semblerait donc que ce phénomène de contraction thermique n’explique pas en totalité l’augmentation de la valeur du module d’Young avec la diminution de la température. Cependant, il convient de rester prudent sur ces résultats du fait que le potentiel de Lennard-Jones est un potentiel plutôt simpliste pour décrire la liaison métallique. De plus, son utilisation sur une telle plage de température est sujet à caution, même si Heinz *et al.* [32] considèrent qu’une formulation du potentiel reste valable sans ajustement sur une plage de température de  $298 \pm 200^\circ K$ .

Pour confirmer l’influence de la température sur la mobilité des dislocations, des simulations en DDD sont réalisées en faisant varier la friction du réseau d’un rapport 1 à 10. Cela correspond globalement à une légère surestimation de la variation de la contrainte critique nécessaire au mouvement des dislocations entre une température de  $20^\circ C$  et  $0^\circ K$  pour les matériaux CFC, mais à une sous estimation de cette même variation pour les matériaux CC. La figure 2.17 présente, par exemple, la variation de cette contrainte initiale (CRSS, Critical Resolved Shear Stress) en fonction de la température pour différentes nuances d’acier.

La figure 2.18 présente les résultats de simulations en DDD d’un essai de traction selon deux directions ( $[\bar{1}11]$  et  $[\bar{1}23]$ ). Pour chaque direction, deux simulations sont effectuées en faisant varier la friction du réseau. La différence de friction entre chaque simulation est compatible avec l’ordre de grandeur de la différence de friction due à une variation de température entre une

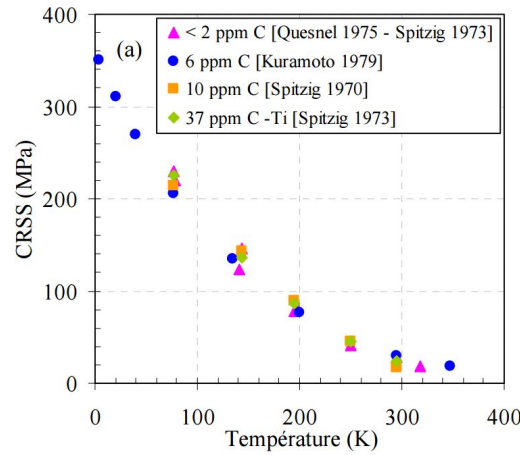


Figure 2.17 – Variation de la contrainte initiale en fonction de la température pour différentes nuances d'acier. Source : Naamane [54].

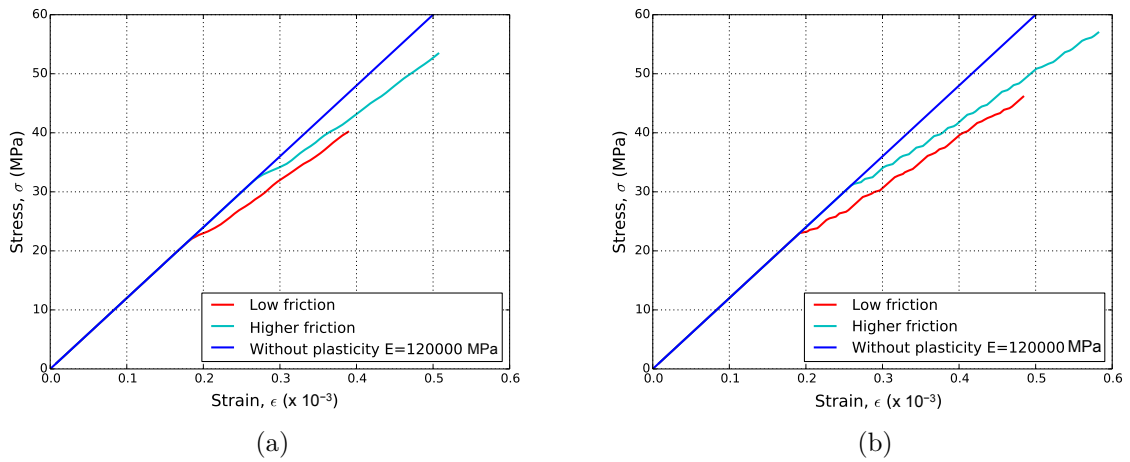


Figure 2.18 – Variation du module d'Young en fonction de la friction du réseau pour une direction de traction  $[\bar{1}11]$  (a) et  $[\bar{1}23]$  (b).

température ambiante et une température cryogénique. L'augmentation de la friction du réseau a une influence sur le déplacement des dislocations. Avec la diminution de la température, le module d'Young apparent augmente.

## 2.9 Conclusion

La simulation d'une opération de pliage, en faisant varier les paramètres élastiques ( $E, \nu$ ), montre que la sensibilité des résultats aux variations de  $E$  est importante. En effet, deux simulations sont réalisées avec deux valeurs de module d'Young déterminés par deux moyens de mesure différents. Cette variation de module induit une variabilité géométrique conséquente sur la géométrie finale après retour élastique des pièces simulées. La variation du coefficient de Poisson présente une influence moindre sur la géométrie finale. Une étude du comportement élastique et donc plus particulièrement du module d'Young est alors pertinente.

Des simulations en DDD montrent que le module d'Young « apparent » est sensible à la densité de dislocations initiale. Un modèle de comportement élastique est alors proposé. Ce modèle tient compte des contributions d'un module d'élasticité « pur » (lié aux forces de cohésion des atomes) et d'un module lié à l'influence des dislocations par la prise en compte du phénomène de pseudo-élasticité. Ce modèle est complété par le modèle hétérogène hybride pour tenir compte de la microplasticité locale. Le module lié à l'influence des dislocations est accessible par la simulation en DDD. Le module d'élasticité « pur » est mesuré expérimentalement. Ainsi, différents moyens de mesures font l'objet d'une investigation. Dans un premier temps, ces moyens de mesure sont retenus du fait de leur capacité à limiter l'influence de dislocations lors de l'essai afin de minimiser les phénomènes de microplasticité et de pseudo-élasticité. Les types d'essai de caractérisation pour la mesure du module d'Young sont la mesure par parcours d'ondes ultra-sonores, la mesure vibratoire par la technique d'excitation par impulsion (IET) et la mesure DMA en flexion 3 points. Les mesures du module d'élasticité sont aussi effectuées grâce à une machine de traction uni-axiale (moyenne de la mesure du module à la décharge sur 50 cycles). Afin d'étalonner ces moyens de mesure, des matériaux écores ne présentant pas de dislocations (verre et plexiglas) sont sélectionnés.

Devant l'impossibilité de caractériser le module d'élasticité « pur » de manière directe par un moyen expérimental adapté, des essais à basse température sont menés. En effet, plus la température est faible, plus l'agitation thermique des atomes du matériau est faible. Le mouvement des dislocations étant un phénomène thermiquement activé, refroidir le matériau pendant l'essai de caractérisation du module d'Young limite leur mouvement. Les essais en température montrent que le module d'Young augmente avec la diminution de la température. Une détermination de la variation du module d'Young liée au phénomène de contraction thermique est quantifiée et explicite en partie cette augmentation du module élastique. Des simulations en DDD montrent que l'augmentation de la friction du réseau avec la diminution de la température a une influence sur la valeur du module d'Young apparent. Il apparaît donc que les essais à froid sont un moyen de mesure pertinent pour mesurer un module élastique tout en minimisant l'influence des dislocations.

Il est alors pertinent de noter que les dislocations jouent probablement un rôle dans la mesure des propriétés élastiques des matériaux métalliques même pour de très petites déformations.

## CHAPITRE 3

### PRISE EN COMPTE DES HÉTÉROGÉNÉITÉS : APPLICATIONS

#### 3.1 Introduction

Ce chapitre présente des études de cas pour lesquelles des hétérogénéités sont introduites dans la modélisation du comportement des matériaux. Il s'agit de montrer que l'introduction d'hétérogénéités dans les modèles destinés à décrire la mise en forme des matériaux se traduit par une amélioration des résultats des simulations numériques au moyen de trois exemples.

Dans un premier temps, une application du modèle hybride compartimenté à la modélisation du phénomène de boucle d'hystérésis lors d'un cycle de pré-charge, décharge jusqu'à contrainte nulle et rechargement est présentée. Outre cette capacité à décrire de façon directe certains phénomènes, cette modélisation a la caractéristique d'être intégrable sans complexité supplémentaire dans les modèles usuels des codes éléments finis.

Une des faiblesses des modélisations homogènes est ensuite pointée à travers la mise en évidence de la difficulté à transposer un modèle à la simulation d'une opération de mise en forme différente de celle ayant servi à son identification. Un essai de compression radiale d'anneaux est simulé grâce à une modélisation phénoménologique homogène et une modélisation hybride compartimentée. Ceci est développé dans une section dont le format reprend celui d'un article soumis à *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*.

Enfin, une opération de cambrage est ensuite simulée grâce à trois modélisations différentes. Ces modélisations sont :

- une modélisation homogène phénoménologique élasto-visco-plastique avec prise en compte d'un écrouissage mixte, d'un critère anisotrope de Bron et Besson et d'une décroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique,
- une modélisation de plasticité cristalline,
- une modélisation hybride compartimentée.

Le but de cette étude est d'évaluer l'effet de la prise en compte d'hétérogénéités locales dans la modélisation du comportement d'un matériau sur sa géométrie finale lors d'une opération de mise en forme.



### 3.2 Modélisation des boucles d'hystérésis par le modèle compartimenté

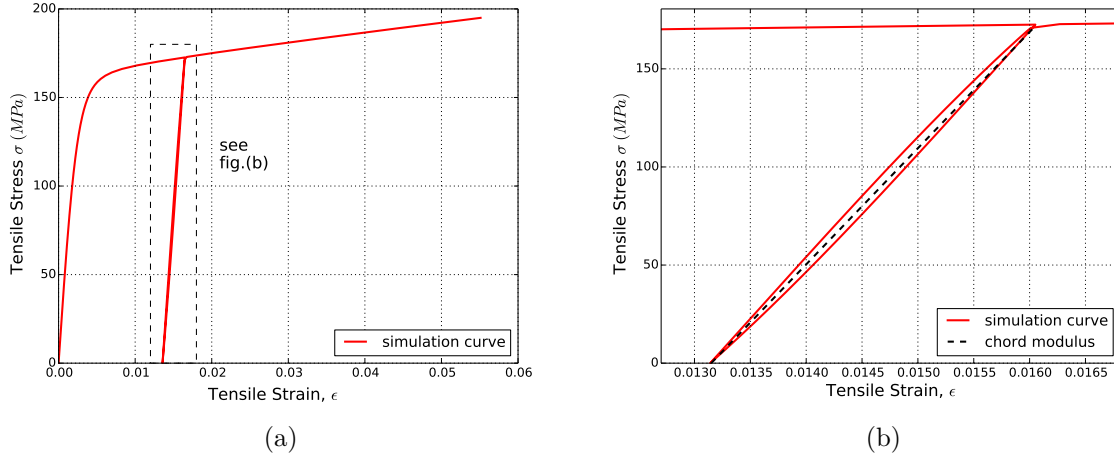


Figure 3.1 – Simulation d'un cycle de charge, décharge, recharge grâce au modèle hybride compartimenté (a) et détail de la boucle d'hystérésis (b).

$E$ (MPa)	$\nu$	$\sigma_{sat}$ (MPa)	$\sigma_{y\ mean}$ (MPa)	$n$ (MPa)
64 000	0,3	673,8	174,5	511,2

Tableau 3.1 – Paramètres du modèle compartimenté pour le matériau aluminium 6060, identifiés par analyse inverse sur un essai de traction.

Dans le paragraphe 1.4.3.2, le modèle hybride compartimenté est présenté. L'intégration des hétérogénéités de petite échelle par cette modélisation présente l'avantage de décrire des effets comme l'écrouissage cinématique sans ajout de paramètres de modélisations supplémentaires. Ainsi, dans le cas d'un chargement cyclique, l'énergie élastique stockée lors du chargement induit un trajet de déchargement différent de celui d'une modélisation homogène.

Un essai de traction présentant une pré-charge, suivie d'un déchargement et d'une recharge est simulé avec une modélisation hybride compartimentée pour une nuance d'aluminium. Les paramètres du modèle compartimenté sont identifiés par analyse inverse. Cette optimisation est effectuée par comparaison entre les courbes contraintes-déformations simulées et une courbe expérimentale issue d'un essai de traction sur une éprouvette d'une nuance d'aluminium 6060. Les paramètres du modèle compartimenté sont détaillés dans le tableau 3.1. La simulation de la décharge puis de la recharge grâce au modèle hybride compartimenté est présentée sur la figure 3.1. Cette modélisation est à même de prendre en compte le phénomène de boucle d'hystérésis décrit dans le paragraphe 2.2. Ainsi, la simulation fait bien apparaître un module de corde entre le point de début de déchargement et le point de contrainte nulle du cycle de décharge, recharge. Les tangentes à la courbe de déchargement au point de déchargement et à la courbe de recharge au point de contrainte nulle présentent une pente de valeur le module

d'Young initial (64 000 MPa). Le module de corde présente une valeur de 60 800 MPa.

L'introduction d'hétérogénéités dans le comportement local du matériau grâce au modèle compartimenté permet la description de phénomènes que les modèles phénoménologiques « classiques » ne sont pas à même de prendre en compte de façon directe.

### 3.3 Introduction d'hétérogénéités dans la modélisation d'un essai de compression d'anneau

Cette application est développée dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire SYMME et des industriels dans le secteur d'activité du décolletage. Les opérations de décolletage sont des opérations générant une quantité importante de copeaux. Dans un contexte industriel où les marges des sous-traitants se réduisent et où le coût de la matière est en constante augmentation, les industriels du décolletage cherchent à optimiser leurs coûts de fabrication en s'orientant vers des procédés de production plus économes. Une solution de formage ayant fait l'objet d'investigations est la technique de production par fluo-tournage. Cette opération consiste en la déformation plastique de métaux, le fluage, entre une matrice rotative et une ou plusieurs molettes. La matière est repoussée par les molettes et « s'écoule », d'où son nom. Elle se différencie du repoussage par le fait qu'elle entraîne une réduction d'épaisseur de la matière mise en forme, alors que le repoussage se fait à épaisseur constante. Ce procédé peut être réalisé à froid ou à chaud, selon les métaux utilisés. Deux thèses sont issues de cette collaboration. La première décrit l'ensemble de la caractérisation du matériau en regard du procédé (Vautrot [77]), la seconde est orientée sur l'aspect simulation de celui-ci (Raujol-Veillé [59]).

Cette opération est fortement dépendante des caractéristiques mécaniques du matériau. La phase de caractérisation de celui-ci est donc prépondérante afin de disposer d'une modélisation pertinente pour la simulation numérique du procédé de mise en forme. Le procédé étudié est la mise en forme d'une virole d'acier par fluo-tournage en température. La matière première se présente sous la forme de viroles d'acier obtenues par découpe dans des feuillards de C68 de bandes qui sont ensuite cintrées et soudées. Le cordon de soudure est ensuite ébavuré et la virole subit un recuit à  $600^{\circ}\text{C}$ . L'ensemble de ces opérations préalables au formage par fluo-tournage, fait que la caractérisation mécanique du matériau dans sa forme initiale (sous la forme de feuillards) n'est pas pertinente. En effet, les propriétés mécaniques du matériau sont modifiées par l'ensemble des opérations préparatoires. Afin de régler leurs moyens de production, il est donc nécessaire pour les industriels de disposer d'informations sur les caractéristiques mécaniques du matériau au plus près de l'opération de formage à réaliser. L'essai de compression d'anneau a donc été retenu comme moyen de caractérisation mécanique.

Dans cette étude, la simulation de l'essai de compression est réalisée par l'intermédiaire de deux modèles, une modélisation phénoménologique homogène élasto-plastique dont l'écrouissage est décrit par une loi de type Hollomon et une modélisation hétérogène hybride compartimenté. Cette dernière repose sur la prise en compte d'un certain degré d'hétérogénéité locale de la

État	Épaisseur de tube (mm)	$R_m$ (MPa)		$R_{p0.2}$ (MPa)		$A$ (% min)	$A_{50}$ (% min)
		min	max	min	max		
T6	$\leq 15$	160	-	120	-	8	6

Tableau 3.2 – Caractéristiques mécaniques du matériau Al 6060T6 (données fabricant).

matière intrinsèque aux mécanismes de déformation des matériaux métalliques. La simulation d'un essai de traction uni-axiale est aussi réalisée avec ces deux modèles. Ce choix est justifié par le fait que l'essai de traction est l'essai le plus couramment mis en œuvre pour identifier les caractéristiques mécaniques d'un matériau. Dans un premier temps, les paramètres du modèle phénoménologique sont identifiés à la fois sur l'essai de compression et sur l'essai de traction uni-axiale. Dans un deuxième temps, la même procédure est appliquée afin de déterminer les paramètres du modèle hybride compartimenté. Enfin, chaque essai est simulé avec le jeu de paramètres identifiés sur l'autre type d'essai. La comparaison des résultats permet de conclure sur la pertinence et sur la capacité de chaque modèle à être transposé pour la simulation d'une opération de formage différente de celle utilisée pour son identification.

### 3.3.1 Méthode

La méthode présentée dans cette application consiste tout d'abord à identifier les paramètres de la modélisation élastique du matériau grâce à l'essai de compression d'anneau. Les paramètres d'écrouissage sont ensuite identifiés par une procédure d'optimisation pour deux modélisations différentes (phénoménologique et hybride) sur un essai expérimental au choix : soit la compression d'anneaux, soit la traction uni-axiale. Pour le test de compression d'anneau, la courbe de référence est une courbe qui lie la force au déplacement du plateau. Pour l'essai de traction uni-axiale, la courbe de référence est une courbe qui lie la contrainte à la déformation.

Dans ce paragraphe, le matériau est tout d'abord présenté. Ensuite sont détaillés les 2 essais expérimentaux étudiés : la compression d'anneau et l'essai de traction uni-axiale. Une présentation succincte des 2 modélisations retenues (modèle phénoménologique et modèle hybride) est donnée. Les simulations numériques des 2 essais retenus avec la mise en place d'un calcul d'erreurs sont enfin détaillées.

#### 3.3.1.1 Matériau

Le matériau utilisé dans cette étude est un tube d'une nuance d'Aluminium 6060T6 (AW- $\text{AlMgSi}$ ), de diamètre extérieur  $r_0 = 100$  mm et d'épaisseur de paroi  $t_0 = 5$  mm. Les caractéristiques mécaniques précisées sur la fiche produit livrée avec le matériau (données fabricant) sont indiquées dans le tableau 3.2.



Figure 3.2 – Machine de caractérisation portable pour ligne de production.

### 3.3.1.2 Machines d'essais

Le laboratoire SYMME a développé une mini-machine de caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux (figure 3.2). L'origine de ce projet est un besoin réel des industriels face au phénomène de variabilité des matériaux : les lots matières, pourtant d'une même dénomination, présentent une grande dispersion de leurs paramètres matériaux ( $E$ ,  $R_e$ ,  $R_m$ ,  $A\%$ ) et donc n'ont pas le même comportement mécanique lors de la production de pièces. Cela induit des phases de mise au point régulières des machines de production et cette mise au point relève le plus souvent du savoir faire des régleurs. Le but premier du développement de cette machine portable de caractérisation est donc de permettre aux industriels d'avoir accès facilement et rapidement aux caractéristiques mécaniques de leurs matériaux afin qu'ils puissent anticiper les réglages de leur moyen de production. L'idée est donc d'utiliser cet outil de caractérisation en amont d'une ligne de production pour tester la matière première dès son arrivée. Une bande de matériau est, par exemple, découpée directement dans le lot matière, le matériau est ensuite testé soit en traction, soit en cisaillement. Une autre possibilité est de développer un test spécifique en fonction d'une mise en forme précise. C'est par exemple le cas du test de caractérisation de compression radiale d'anneau. Cette possibilité de test est incluse à cette machine. En effet, lors de son développement, un partenariat industriel/laboratoire a été créé afin de travailler sur la question de la mise en forme de virole par fluotournage [60]. Un mouchetis est réalisé sur la surface de l'éprouvette afin de pouvoir réaliser de manière synchronisée la mesure de la force et la mesure du champ de déplacement par corrélation d'images grâce au logiciel 7D [76][57]. Ce mouchetis est soit de la peinture (comme dans cette application), soit un marquage électrochimique. L'essai jusqu'à rupture est filmé par cette caméra ce qui permet lors d'un post-traitement adapté d'obtenir les déformations dans tout l'échantillon. Le comportement global du lot matière est ainsi parfaitement connu et ses caractéristiques élastiques et plastiques peuvent être déduites de manière automatique.

**Essai de compression radiale d'anneau.** Les anneaux utilisés dans cette étude sont réalisés par tournage à partir de cette matière brute. La géométrie des anneaux est définie par

$r_0$ (mm)	$t_0$ (mm)	$l_0$ (mm)	Précision (mm)
50	4,04	15	$\pm 1/100$

Tableau 3.3 – Dimensions des anneaux.

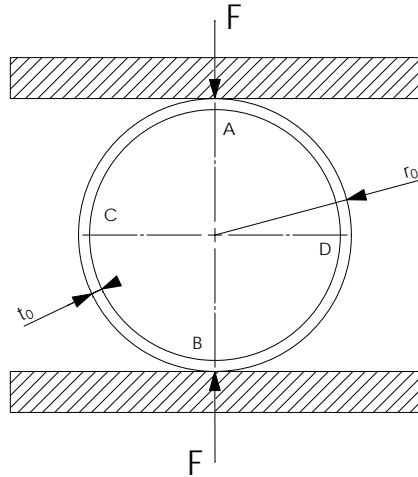


Figure 3.3 – Schéma de principe du test de compression radiale d'anneau.

un rayon extérieur  $r_0$ , une épaisseur de tube  $t_0$  et une longueur de tube  $l_0$ . Ces dimensions sont mesurées sur les échantillons expérimentaux et sont données dans le tableau 3.3. Ces dimensions sont identiques pour les 3 anneaux qui font l'objet de l'essai de compression radiale.

L'essai de compression radiale d'anneau est un essai de caractérisation permettant de déterminer analytiquement certaines propriétés mécaniques d'un matériau sous forme de tube grâce aux données expérimentales. Ce test consiste en la compression suivant la direction radiale d'un anneau entre deux plateaux. Un plateau est mobile alors que le deuxième est fixe. Le principe de ce test est illustré sur la figure 3.3. Lors du déplacement du plateau mobile, l'anneau se déforme (figure 3.4) et l'essentiel de la déformation plastique se concentre en deux régions qui jouent le rôle de charnière (en C et D sur la figure 3.3). Il est à noter que les régions A, B, C et D

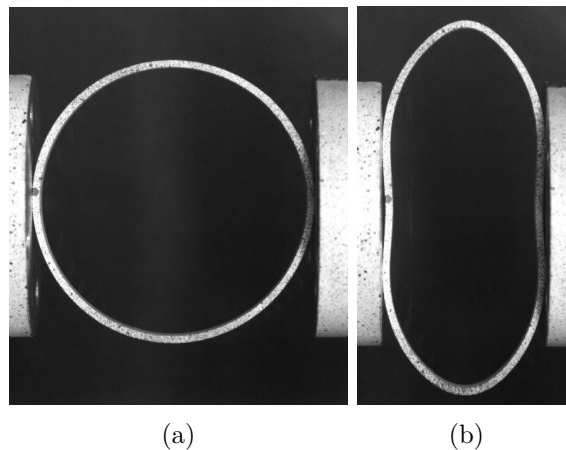


Figure 3.4 – Anneau non déformé (a) ; anneau en fin d'essai (b).

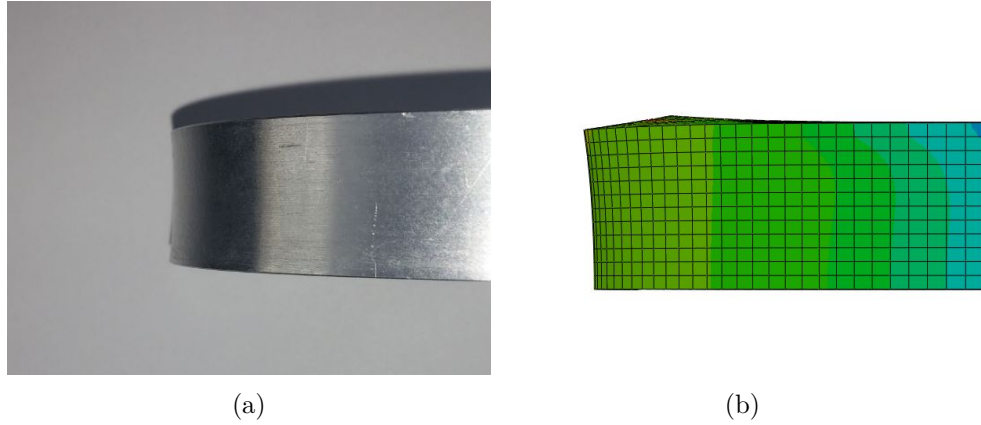


Figure 3.5 – Déformation anticlastique concave expérimentale (a) et simulée numériquement avec un modèle phénoménologique de type Hollomon (b).

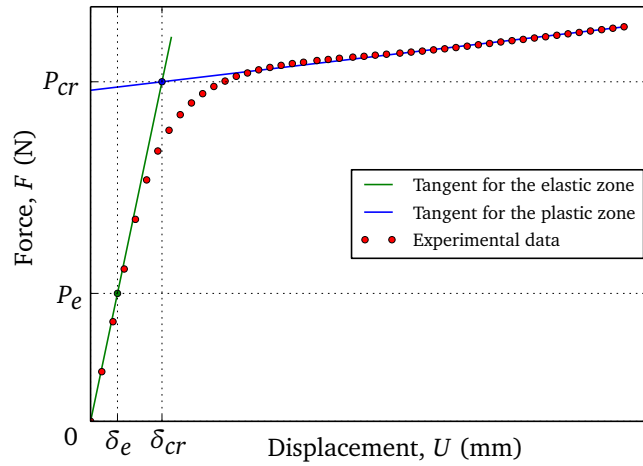


Figure 3.6 – Courbe caractéristique force-déplacement d'un essai de compression radiale d'anneau.

présentent un phénomène de flexion anticlastique. En A et B, la déformée est convexe. En C et D, la déformée est concave (figure 3.5). Reddy et Reid [61, 62, 63] montrent que les valeurs du module d'Young et de la limite d'élasticité sont déterminées grâce à la courbe force/déplacement de l'essai de compression radiale d'anneau. En faisant varier l'état de surface des plateaux, ils montrent aussi [63] que la valeur du coefficient de frottement entre les plateaux de compression et l'anneau n'a pas d'influence notable sur la géométrie finale et sur la valeur de la force. Cette observation est attribuée au fait qu'il n'y a pas de glissement entre la surface extérieure du tube et les plateaux de compression. Cet essai est aussi couramment utilisé afin d'étudier les phénomènes de délaminage dans un composite ou à l'interface de deux matériaux [9][40]. La courbe caractéristique force en fonction du déplacement de l'essai de compression d'anneau est présentée sur la figure 3.6. L'ordonnée du point d'intersection entre la tangente à la partie élastique de cette courbe et la tangente à la partie plastique est notée  $P_{cr}$ . Son abscisse est noté  $\delta_{cr}$ .  $P_e$  et  $\delta_e$  sont respectivement l'ordonnée et l'abscisse d'un point appartenant à la partie élastique de

la courbe de référence en force-déplacement. Reddy et Reid [62] déterminent analytiquement la valeur de la limite d'élasticité (équation 3.1) pour un tube soumis à une compression radiale.

$$\sigma_y = \frac{\alpha_{cr} P_{cr} r_0}{t_0^2 l_0} , \quad (3.1)$$

où  $\alpha_{cr} = 1$  dans le cas d'un anneau de longueur faible (quelques  $t_0$ ),  $\alpha_{cr} = 0,886$  dans le cas où la longueur de l'anneau est au moins égale à son diamètre.

De Runtz et Hodge [18] déterminent le déplacement du plateau mobile dans la partie élastique (équation 3.2).

$$\delta_e = \frac{24\beta_{cr} P_e r_0^3}{E t_0^3} \left( \frac{\pi}{8} - \frac{1}{\pi} \right) , \quad (3.2)$$

où  $\beta_{cr} = 1/l_0$  dans le cas d'une hypothèse de contraintes planes et  $\beta_{cr} = (1 - \nu^2)/l_0$  dans le cas d'une hypothèse de déformations planes, avec  $\nu$  le coefficient de Poisson. Cette dernière équation permet donc de déterminer le module d'Young de façon directe grâce à la courbe force-déplacement de l'essai de compression radiale d'anneau.

Les données issues de cet essai sont sous la forme d'une courbe force en fonction du déplacement. Cependant, la simulation d'un procédé grâce à un logiciel éléments finis (EF) nécessite l'utilisation par le code de données matériaux avec, *a minima*, la valeur d'un module d'Young, d'un coefficient de Poisson, d'une limite d'élasticité et d'une loi d'écrouissage (valeurs discrètes de la courbe qui associent à la contrainte plastique une déformation associée). Nemat-Alla [55] propose l'utilisation de l'analyse inverse afin de déterminer une courbe de référence liant la contrainte à la déformation. Lors de l'analyse inverse, les simulations sont effectuées avec une hypothèse 2D en contraintes planes. Rathnaweera *et al.* [58] reproduisent ce type d'analyse inverse mais grâce à une simulation avec des éléments coques.

Les essais de compression d'anneaux sont réalisés sur la mini-machine présentée précédemment avec une vitesse de déplacement du plateau mobile de  $40 \text{ mm.min}^{-1}$ . La course maximale du plateau mobile est fixée à 45 mm. La fréquence d'acquisition des données est de 5 Hz. Un mouchetis réalisé sur un anneau et sur les plateaux de compression de la machine (figure 3.4) permet de valider que la valeur du déplacement du plateau mobile donné par le capteur de la machine est bien identique à la valeur du déplacement obtenu par corrélation d'images. Trois essais de compression radiale d'anneau sont réalisés. Du fait de la grande répétabilité de l'essai, seule une courbe de référence en force-déplacement est présentée sur la figure 3.7.

**Essai de traction uni-axiale** Les éprouvettes de traction nécessaires à l'obtention de courbes de référence expérimentales sont réalisées par usinage dans le champ du tube. Une anisotropie des propriétés mécaniques étant couramment observée, deux types d'éprouvettes sont réalisées par opérations d'usinage dans l'épaisseur du tube d'Al (figure 3.8). Les éprouvettes dont l'axe de traction est parallèle à l'axe du tube sont dites axiales (éprouvette numérotée 1 sur la figure 3.8), les autres sont dites radiales (éprouvette numérotée 2). Pour l'essai de traction uni-axiale, la

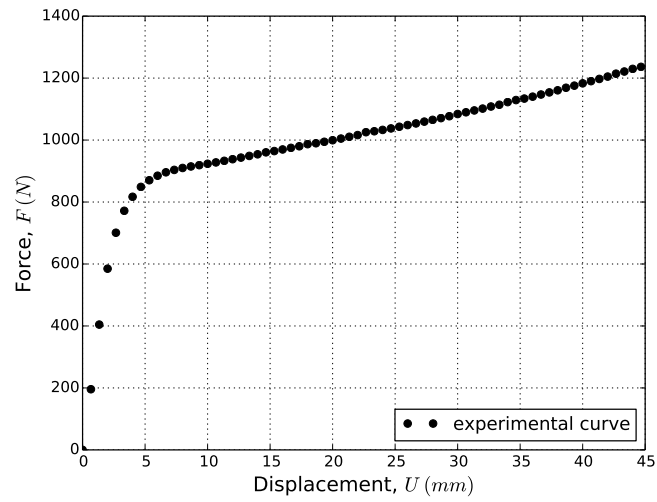


Figure 3.7 – Courbe de référence expérimentale force-déplacement issue des essais de compression radiale d'anneau.

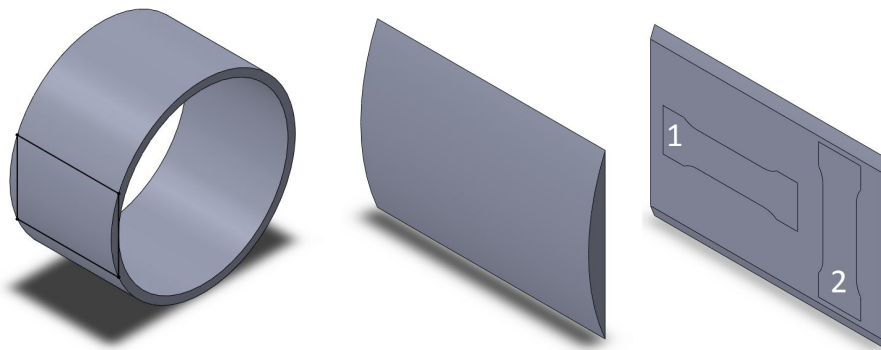


Figure 3.8 – Découpe des éprouvettes de traction dans l'épaisseur du tube.



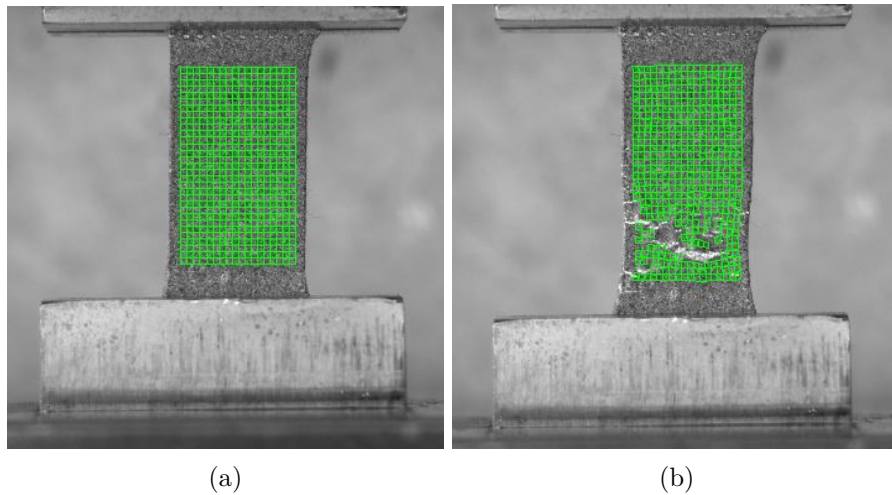


Figure 3.9 – Grilles non déformée (a) et déformée (b), issues du logiciel 7D.

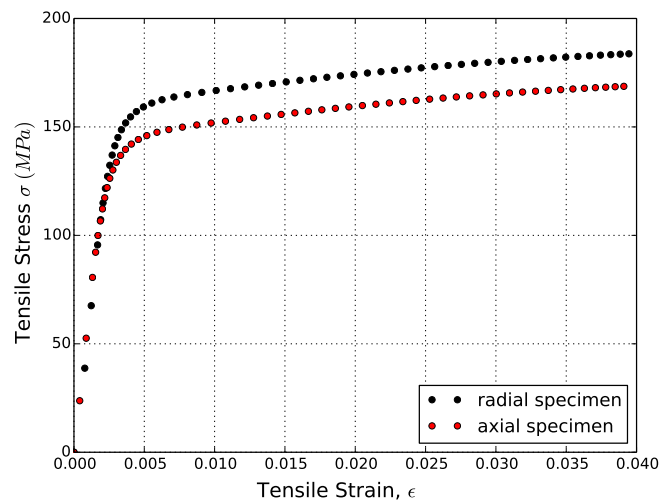


Figure 3.10 – Courbe de référence expérimentale contraintes vraies-déformations vraies issues des essais de traction uni-axiaux.

synchronisation des images et de la force exercée sur le capteur de la mini-machine est réalisée. Le champ des déformations est initialisé sur la première image grâce à un maillage paramétrable (figure 3.9). Ainsi, pour chaque image prise par la caméra est associée une valeur de la force exercée sur l'éprouvette. La déformation étant déterminée en chaque point de maillage de la surface de celle-ci, la détermination d'une courbe de référence contrainte-déformation peut être définie soit localement soit sur une région plus étendue de l'éprouvette. Pour les essais de traction uni-axiaux, c'est la moyenne des déformations dans une section droite de l'éprouvette qui est retenue pour définir la courbe de référence expérimentale.

Les courbes de référence en traction pour chacun des types de ces éprouvettes sont présentées sur la figure 3.10. Une anisotropie du comportement entre les directions radiales et axiales du tube est bien présente. Lors de la compression, les phénomènes localisés aux charnières C et D (voir la figure 3.3) sont assimilable à du pliage. A cet endroit, la partie située entre la fibre

neutre et l'intérieur de l'anneau est soumise à des phénomènes de compression tandis que la partie située entre la fibre neutre et l'extérieur de l'anneau est soumise à des phénomènes de traction. Ces phénomènes ont lieu orthogonalement à l'axe du tube et se rapprochent donc de l'essai de traction ayant lieu sur l'éprouvette radiale (éprouvette 2 sur la figure 3.8). Ainsi, les paramètres des modèles sont identifiés par rapport à l'essai de traction expérimental réalisé sur éprouvette radiale.

La vitesse de déformation pour les essais de traction uni-axiaux est de  $2.5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . L'essai est réalisé jusqu'à la rupture de l'éprouvette. La fréquence d'acquisition des données est de 5 Hz.

### 3.3.1.3 Modèles proposés

Les deux modèles proposés pour effectuer les simulations numériques sont un modèle homogène phénoménologique et un modèle hétérogène compartimenté hybride. Pour ces deux modélisations, le coefficient de Poisson est fixé à  $\nu = 0,33$  conformément à la littérature pour une nuance d'Aluminium 6060 [50].

Le modèle élasto-plastique retenu pour la courbe contrainte équivalente déformation équivalente du modèle phénoménologique est un modèle de type Hollomon défini par l'équation 3.3.

$$\sigma = \begin{cases} E\epsilon & , \text{ pour } \epsilon \leq \epsilon_y \\ \sigma_y \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_y} \right)^{n_H} & , \text{ pour } \epsilon > \epsilon_y \end{cases} \quad (3.3)$$

avec  $\sigma_y$  et  $\epsilon_y$  respectivement la valeur de contrainte et de la déformation à la limite élastique et  $E$  le module d'Young qui sont liés par  $\sigma_y = E.\epsilon_y$ .

Rathnaweera *et al.* [58] utilisent cette modélisation pour la simulation du test de compression d'anneau sur une nuance d'aluminium AA6060 T5. Dans leurs travaux, l'écart moyen en pourcentage entre les courbes force-déplacement numériques et expérimentales sont, pour trois essais de géométrie différente, de respectivement 0,75%, 0,74% et 0,31%. La corrélation entre résultats expérimentaux et résultats numériques montre que ce modèle est pertinent pour décrire le comportement du matériau pour ce type d'essai.

Le jeu de paramètres à identifier pour le modèle phénoménologique est  $(E, \sigma_y, n_H)$ . Pour le modèle hybride compartimenté, les paramètres à identifier sont  $(E, \sigma_{sat}, \sigma_y \text{ mean}, n)$ . Par la suite, le modèle phénoménologique homogène sera désigné par les termes « modèle Hollomon » et le modèle hétérogène hybride compartimenté sera réduit à la désignation « modèle hybride ».

### 3.3.1.4 Simulation

Pour déterminer cette courbe de référence par analyse inverse, il est nécessaire dans un premier temps, de déterminer le niveau de discrétisation du modèle EF. En effet, les résultats de l'essai de compression d'anneau sont fortement dépendants de la taille des éléments finis. Dans un second temps, une fois les tailles de maillage optimales définies, la pertinence d'une modélisation en deux dimensions est discutée. Les simulations numériques sont effectuées grâce au

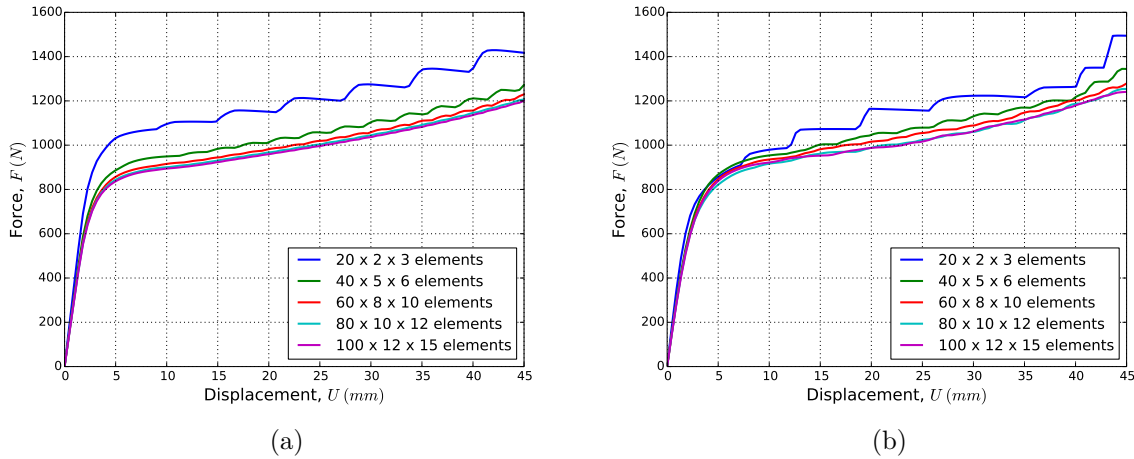


Figure 3.11 – Courbes force-déplacement en fonction du nombre d'éléments pour une modélisation 3D : modèle Hollomon (a) ; modélisation hybride (b).

logiciel commercial ABAQUS/Standard implicite. La construction des modèles de simulation, d'optimisation et de post-traitement des données sont réalisées grâce à l'interface AbaPy (interface en langage Python) développée par Charleux *et al.* [10]. Les plateaux de compression sont modélisés par des corps rigides. Du fait de la faible influence du coefficient de frottement sur le procédé, la valeur de celui-ci est fixée à zéro. Les symétries géométriques permettent, pour les simulations deux dimensions, de simuler un seul quart de l'anneau. Pour la simulation 3D, seul un huitième de l'anneau est modélisé. La simulation est effectuée jusqu'à un déplacement du plateau mobile de 45 mm de façon analogue à l'essai expérimental. Les éléments utilisés dans les simulations sont :

- des éléments CPS4 pour les simulations 2D avec une hypothèse de contraintes planes,
- des éléments CPE4 pour les simulations 2D avec une hypothèse de déformations planes,
- des éléments C3D8 pour les simulations 3D.

Les résultats des simulations étant fortement dépendants de la taille des éléments, une étude a été menée sur l'influence du nombre d'éléments sur la précision des calculs EF. La figure 3.11 présente les résultats de simulations pour les modèles Hollomon et hybride dans le cas d'une simulation 3D. Différentes simulations sont effectuées en discrétisant l'anneau sous la forme  $(n_r, n_e, n_l)$  avec  $n_r$  le nombre d'éléments radiaux,  $n_e$  le nombre d'éléments dans l'épaisseur et  $n_l$  le nombre d'élément dans la longueur de l'anneau. Les cinq discrétisations utilisées dans les simulations sont  $(20, 2, 3)$ ,  $(40, 5, 6)$ ,  $(60, 8, 10)$ ,  $(80, 10, 12)$  et  $(100, 12, 15)$  éléments. Une indépendance des résultats vis-à-vis du nombre d'éléments est observée à partir d'une discrétisation  $(80, 10, 12)$  éléments pour les simulations 3D. La même analyse est menée pour les simulations en 2D. Une indépendance des résultats est observée pour une discrétisation  $(n_r, n_e)$  de  $(80, 10)$  pour une modélisation Hollomon et de  $(200, 24)$  pour une modélisation hybride.

Afin de déterminer le type de modélisation pertinente pour simuler l'essai de compression radiale d'anneau, deux sortes de simulations sont réalisées. Le premier type est une simulation 2D (en contraintes planes et en déformations planes) et la seconde une simulation en 3D avec

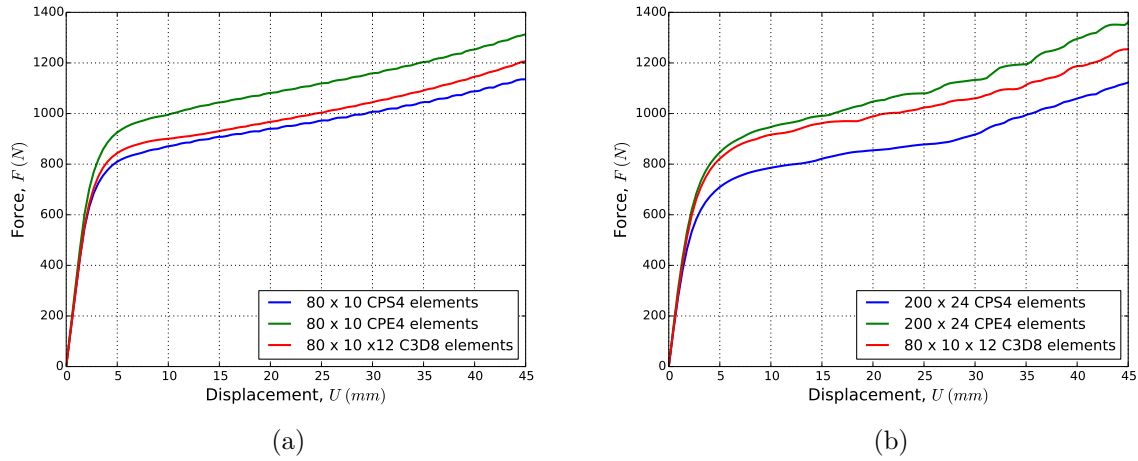


Figure 3.12 – Courbes force-déplacement en fonction du type d'éléments : modélisation Hollomon (a) ; modélisation hybride (b).

les paramètres de discrétisation optimaux déterminés pour chaque modélisation 2D et 3D. La figure 3.12 présente les résultats de ces simulations. Il apparaît que pour les deux modélisations (Hollomon et hybride) les simulations 2D hypothèse contraintes planes sous-estiment la force de la simulation 3D alors que les simulations 2D hypothèse déformations planes la surestiment. Il semble donc que l'hypothèse des contraintes planes et des déformations planes soit une hypothèse trop forte pour modéliser de façon pertinente l'essai de compression radiale d'anneau. Pour le reste de l'étude, seules les modélisations en 3D sont donc retenues.

### 3.3.1.5 Critère de convergence

Pour chacun des deux types d'essai, un calcul d'erreur par rapport à la courbe de référence est défini. Les valeurs en abscisses sont discrétisées en  $N = 100$  valeurs équidistantes sur un intervalle  $[0, U_{max} = 45 \text{ mm}]$  pour les simulations de compression d'anneau et sur un intervalle  $[0, \epsilon_{max} = 0,04]$  pour les simulations de traction uni-axiales. Les valeurs en ordonnées des simulations numériques et des résultats expérimentaux sont interpolées sur cette nouvelle grille. L'erreur entre courbe expérimentale et courbe simulée est donnée par l'équation 3.4 pour les simulations de compression d'anneau et par l'équation 3.5 pour les essais de traction uni-axiaux.

$$\mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_{exp}^i - F_{sim}^i)^2}, \quad (3.4)$$

avec  $F_{exp}^i$  et  $F_{sim}^i$  les valeurs de la force interpolées respectivement de la courbe expérimentale et de la courbe simulée.

$$\mathcal{E}_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sigma_{exp}^i - \sigma_{sim}^i)^2}, \quad (3.5)$$

Essai d'optimisation	$\sigma_y$ (MPa)	$n_H$	$\mathcal{E}_1$ (N)	$\mathcal{E}_2$ (MPa)
Traction	145,8	0,081	-	3,72
Compression d'anneau	148,0	0,088	7,25	-

Tableau 3.4 – Paramètres des modèles Hollomon et erreur d'identification associée.

Essai d'optimisation	$\sigma_{sat}$ (MPa)	$\sigma_{y\ mean}$ (MPa)	$n$ (MPa)	$\mathcal{E}_1$ (N)	$\mathcal{E}_2$ (MPa)
Traction	673,8	174,5	511,2	-	2,15
Compression d'anneau	645,9	174,8	486,3	11,53	-

Tableau 3.5 – Paramètres des modèles hybrides et erreur d'identification associée.

avec  $\sigma_{exp}^i$  et  $\sigma_{sim}^i$  les valeurs des contraintes interpolées respectivement de la courbe expérimentale et de la courbe simulée.

### 3.3.2 Résultats et discussion

#### 3.3.2.1 Paramètres du comportement élastique

Le module d'Young est identifié sur la courbe de référence en force-déplacement (figure 3.7) grâce à l'équation 3.2. Sa valeur est  $E = 64$  GPa. Cependant, la définition de la tangente à la courbe dans la partie plastique nécessaire à l'identification de la limite élastique grâce à l'équation 3.1 semble sujette à discussion du fait de la convexité de cette partie de la courbe de référence. De ce fait, le choix est fait d'intégrer la limite élastique aux paramètres à identifier par analyse inverse.

#### 3.3.2.2 Optimisation

Quatre optimisations sont menées afin d'identifier les quatre jeux de paramètres des modèles. L'identification par analyse inverse a pour mode opératoire la minimisation d'une fonctionnelle et de l'erreur en faisant varier les jeux de paramètres  $(\sigma_y, n_H)$  pour le modèle Hollomon et  $(\sigma_{sat}, \sigma_{y\ mean}, n)$  pour le modèle hybride, suivant un algorithme. L'algorithme d'optimisation utilisé est celui de Nelder-Mead [15] (ou simplex method). Les paramètres issus de l'optimisation par analyse inverse sont présentés dans le tableau 3.4 pour les modélisations Hollomon et dans le tableau 3.5 pour les modélisations hybrides. Pour chaque jeu de paramètres identifié, l'erreur  $\mathcal{E}_i$  (écart par rapport à la courbe expérimentale suivant le critère d'erreur précédemment défini) est précisée. La figure 3.13 présente les courbes issues de ces optimisations. La bonne corrélation entre les courbes expérimentales et les courbes optimisées traduit la pertinence des deux modèles à décrire le comportement du matériau sur les deux essais considérés.

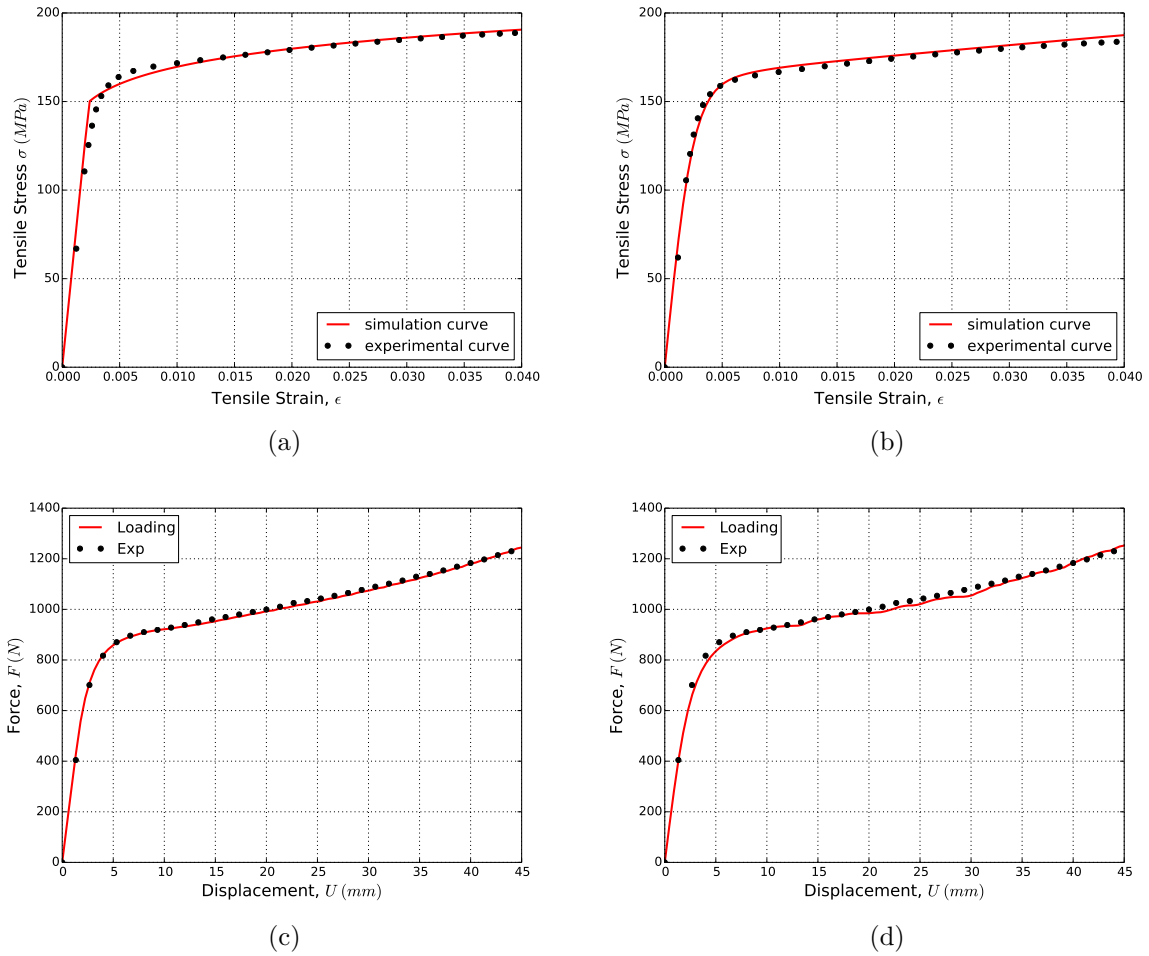


Figure 3.13 – Courbes optimisées par rapport aux courbes de références : optimisation sur un essai de traction pour un modèle Hollomon (a) et hybride (b) ; optimisation sur un essai de compression radiale d'anneau pour un modèle Hollomon (c) et hybride (d).

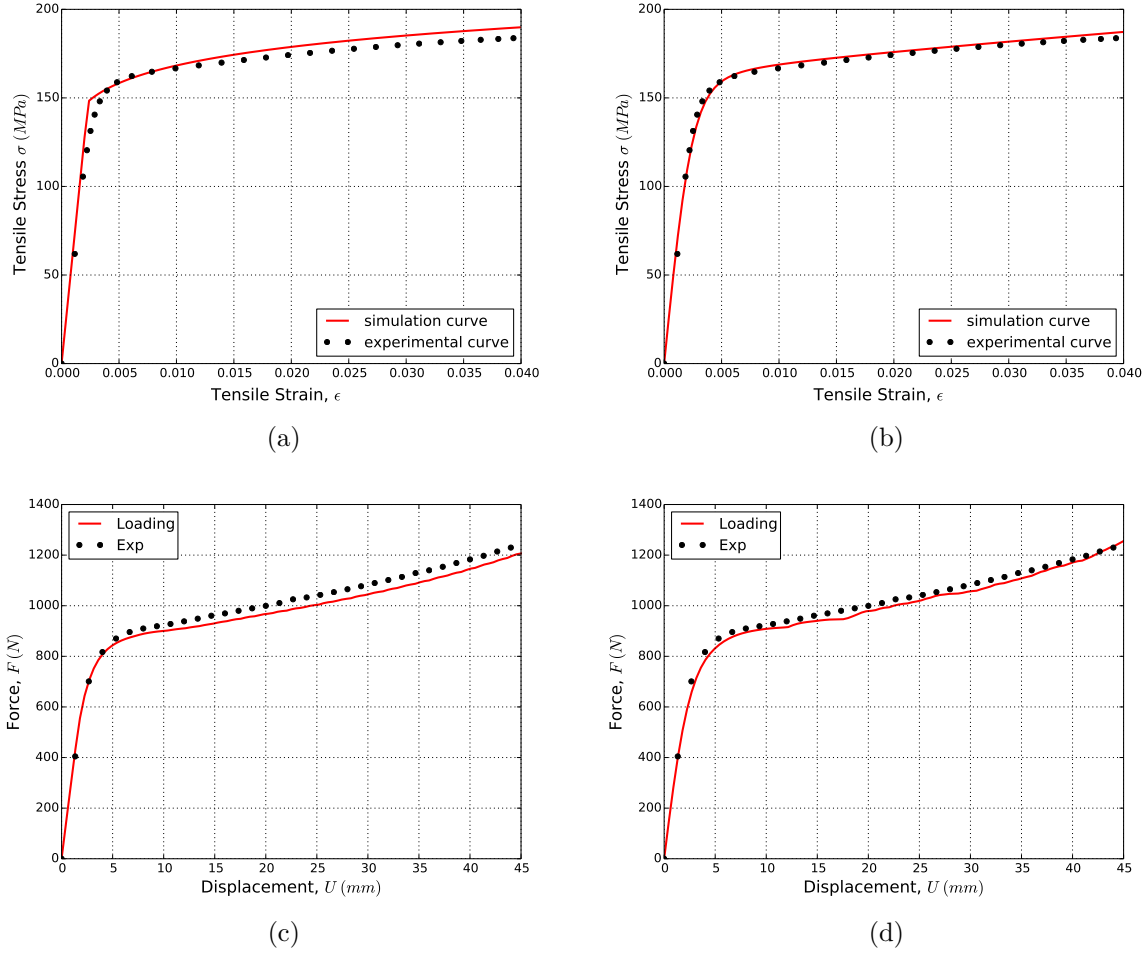


Figure 3.14 – Simulations croisées : simulation d'un essai de traction pour un modèle Hollomon (a) et hybride (b) avec les paramètres identifiés sur un essai de compression d'anneau ; simulation d'un essai de compression radiale d'anneau pour un modèle Hollomon (c) et hybride (d) avec les paramètres identifiés sur un essai de traction uni-axiale.

### 3.3.2.3 Simulations croisées

Afin d'évaluer le domaine de validité des modèles utilisés pour simuler l'essai de compression radiale d'anneau et de traction uni-axiale, chaque jeu de paramètres identifié pour un essai donné est utilisé pour la simulation de l'autre essai. Ainsi, quatre simulations sont réalisées, à savoir :

- une simulation de l'essai de traction uni-axiale avec un modèle Hollomon et les paramètres  $(\sigma_y, n_H)$  identifiés sur l'essai de compression d'anneau (figure 3.14a),
- une simulation de l'essai de traction uni-axiale avec un modèle hybride et les paramètres  $(\sigma_{sat}, \sigma_y, n)$  identifiés sur l'essai de compression d'anneau (figure 3.14b),
- une simulation de l'essai de compression radiale d'anneau avec un modèle Hollomon et les paramètres  $(\sigma_y, n_H)$  identifiés sur l'essai de traction uni-axiale (figure 3.14c),
- une simulation de l'essai de compression radiale d'anneau avec un modèle hybride et les paramètres  $(\sigma_{sat}, \sigma_y, n)$  identifiés sur l'essai de traction uni-axiale (figure 3.14d).

Modèle	Type	Source $\rightarrow$ Simu.	$\mathcal{E}_1$ (N)	$\mathcal{E}_2$ (MPa)	$\Delta_1$ (N)	$\Delta_2$ (MPa)
Hollomon	Direct	T $\rightarrow$ T	-	3,72	-	<b>1,73</b>
	Croisé	C $\rightarrow$ T	-	5,45		
	Direct	C $\rightarrow$ C	7,25	-	<b>24,98</b>	-
	Croisé	T $\rightarrow$ C	32,23	-		
Hybride	Direct	T $\rightarrow$ T	-	2,15	-	<b>0,43</b>
	Croisé	C $\rightarrow$ T	-	2,58		
	Direct	C $\rightarrow$ C	11,53	-	<b>0,76</b>	-
	Croisé	T $\rightarrow$ C	12,29	-		

Tableau 3.6 – Valeur d'erreur  $\mathcal{E}$  des courbes force-déplacement ou contraintes-déformations simulées pour les configurations suivantes. *Type* : *Direct* si les paramètres plastiques sont identifiés sur un essai et l'erreur est déterminée sur le même essai et *Croisé* autrement. *Source* : l'essai dont sont issus les paramètres plastiques. *Simu.* : le type d'essai simulé à la base du calcul d'erreur (*T* : essai de traction, *C* : compression d'anneau).  $\mathcal{E}_i$  : erreur de la courbe issue de la simulation à la courbe expérimentale.  $\Delta_i$  : variation de l'erreur entre un type *Croisé* et *Direct*.

Pour chaque essai, la valeur de l'erreur  $\mathcal{E}_i$  est calculée. Ces résultats sont présentés dans le tableau 3.6. Pour la modélisation hybride les valeurs de l'erreur sont similaires pour les simulations effectuées avec les deux jeux de paramètres, que ce soit pour l'essai de traction ou pour celui de compression d'anneau. Ceci s'observe bien sur les courbes des figures 3.14b et 3.14d. Les valeurs de l'erreur pour les simulations effectuées avec le modèle Hollomon présentent une variation beaucoup plus importantes pour ces simulations croisées. Ainsi, la transposition d'un modèle phénoménologique à la simulation d'un essai différent de celui ayant servi à l'identification de ses paramètres est moins performant.

### 3.3.3 Géométrie finale

Lors d'une simulation avec un modèle phénoménologique, l'ensemble des éléments finis possède la même valeur de limite élastique. L'introduction d'hétérogénéités locales grâce au modèle hybride compartimenté implique que les éléments EF dont la limite élastique issue de la distribution des contraintes seuils est basse, s'activent plastiquement alors que la limite élastique moyenne n'est pas encore atteinte. La figure 3.15b présente la distribution des contraintes pour chaque élément de maillage pour l'essai de compression d'anneau (1/8 de l'anneau est représenté) pour le modèle hybride. En comparaison, la figure 3.15a présente la cartographie des contraintes pour la même portion d'anneau pour la modélisation de type Hollomon. Pour le modèle hybride, lors du retour élastique, des zones où la limite d'élasticité est atteinte et des zones n'ayant subies qu'une déformation élastique cohabitent géométriquement. Les trajets de décharge des éléments du modèle hybride diffèrent donc de ceux d'un modèle phénoménologique. Ces différences sont susceptibles d'influencer la valeur du retour élastique, par exemple dans le cas du pliage [70]. Une mesure expérimentale de la géométrie des anneaux est réalisée afin de vérifier si l'influence



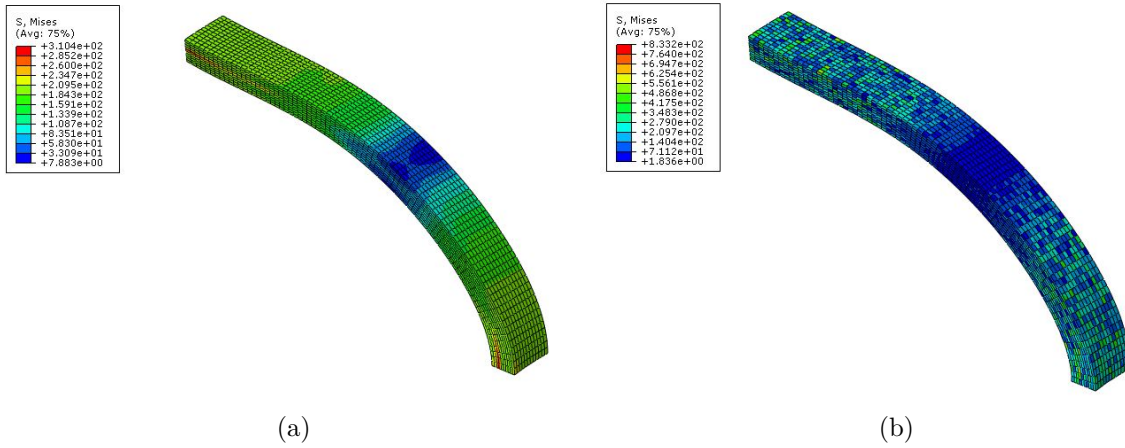


Figure 3.15 – Cartographie des contraintes de von Mises pour l’essai de compression d’anneau pour un déplacement maximum du plateau mobile : modèle Hollomon (a) ; modèle hybride (b).

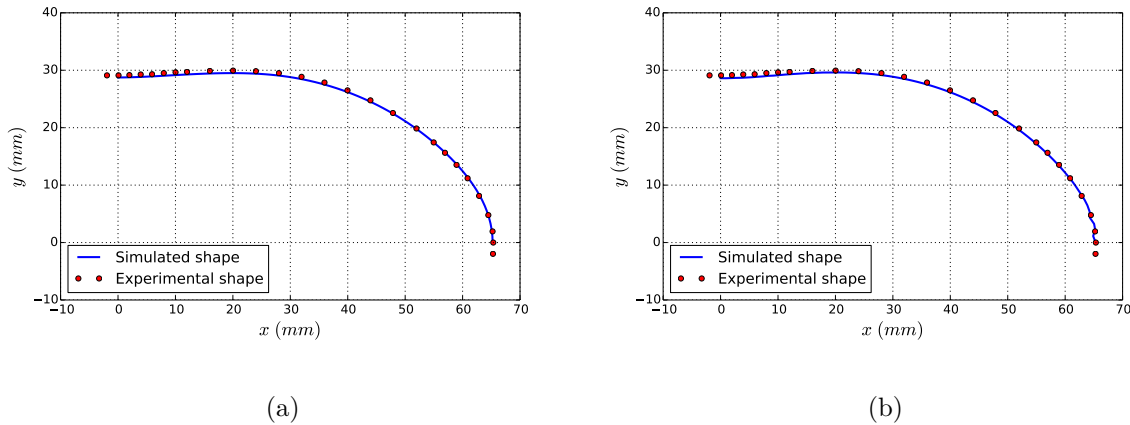


Figure 3.16 – Géométries expérimentales et simulées après retour élastique : modélisation Hollomon (a) ; modélisation hybride (b).

de la modélisation est perceptible sur la valeur du retour élastique. Pour chaque modèle, Hollomon et hybride, les profils issus de la simulations et ces profils expérimentaux sont tracés sur la figure 3.16. Il apparaît que dans cette mise en forme particulière, le type de modélisation ne présente pas d’influence sur la forme finale de l’anneau.

Ainsi, dans cette application, l’effet de l’introduction d’hétérogénéités dans un modèle est analysé. On montre que le fait de prendre en compte celles-ci permet d’étendre le domaine de validité d’une modélisation sans introduire de complexité supplémentaire dans les modèles usuels de calculs par éléments finis. Ces modélisations sont une alternative aux modélisations phénoménologiques classiques. En effet, bien que ces dernières ont une bonne capacité à décrire le comportement d’un matériau pour le procédé ayant servi à l’identification de ses paramètres, sa transposition à la simulation d’autres procédés n’est pas toujours pertinente. Ce domaine d’utilisation plus vaste du modèle hybride compartimenté présente un intérêt car il permet de limiter le nombre de modélisation du comportement d’un matériau. Ainsi, une courbe de

référence déterminée sur le test de compression d'anneau est utilisable pour la simulation d'un essai de traction sur ce même matériau et inversement.

### 3.4 Opération de cambrage d'un connecteur

Cette section présente la simulation d'une opération de cambrage sur une tôle fine de cuivre béryllium (épaisseur 0,1 mm). Cette étude est développée dans le cadre d'une collaboration entre trois laboratoires de recherche et deux partenaires industriels. Ces partenaires sont :

- le laboratoire SYMME (SYstèmes et Matériaux pour la MEcatronique), dont le rôle dans ce projet est de fournir les différents modèles de comportement pour les matériaux de l'étude ;
- le laboratoire LIMATB (Laboratoire d'Ingénierie des MATériaux de Bretagne), qui a pour tâche de caractériser ces matériaux,
- le laboratoire LEM3 (Laboratoire d'Etude de Microstructures et de Mécanique des Matériaux), dont les compétences en caractérisation expérimentale et en modélisation numérique ont permis d'établir la microstructure des matériaux et d'intégrer les modèles de comportement à l'outil de simulation numérique,
- la société Acuiplast qui est une entreprise spécialisée dans le secteur d'activité de la fabrication de pièces techniques à base de matières plastiques,
- la société Delta Composants, dont le connecteur en cuivre fait l'objet de cette étude.

La stratégie de ces entreprises est de développer leurs compétences en simulation numérique afin de pouvoir mettre au point plus rapidement et efficacement leurs outils de mise en forme. Dans un premier temps, un état de l'art est mené sur la mise en forme des tôles fines ainsi que sur la microstructure des alliages de cuivre-béryllium. En effet, la mise en œuvre d'opérations de mise en forme sur des tôles fines génère l'apparition de problèmes spécifiques par rapport à la mise en forme de pièce de taille usuelle. Il n'est pas possible d'appliquer valablement à une échelle très inférieure les méthodes et les modèles de mise en forme classiques. Ensuite, le procédé de mise en forme est détaillé. Enfin, la simulation de l'opération de mise en forme est présentée pour chacun des modèles de comportement envisagés. Ces modèles sont un modèle phénoménologique, un modèle de plasticité cristalline et le modèle hybride compartimenté. Pour chaque modèle, le niveau d'hétérogénéité pris en compte est explicité. Les résultats des simulations sont comparées par rapport à la valeur du retour élastique.

#### 3.4.1 Etat de l'art sur la mise en forme des tôles fines

Lors de la mise en forme des tôles, plusieurs défauts sont susceptibles d'apparaître. La compréhension de l'origine de ces phénomènes permet de les modéliser et de les intégrer aux modèles de mise en forme. Le but final étant bien évidemment d'intégrer des modèles les plus complets possibles afin d'avoir accès à des outils de simulation les plus prédictifs possibles. Les principaux phénomènes qui sont susceptibles de pénaliser les opérations de mise en forme des tôles sont la striction, le plissement et le retour élastique qui sont détaillés ci-après.

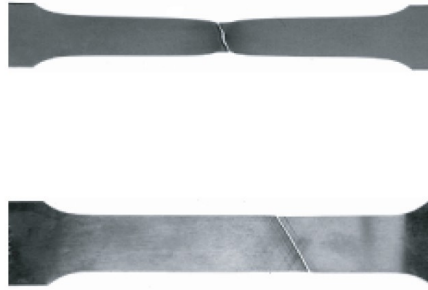


Figure 3.17 – En haut : striction diffuse, en bas : striction localisée. Source : Col [13].



Figure 3.18 – Apparition de plissement lors d’une mise en forme d’emboutissage de type godet. Source : Lang *et al.* [42].

#### 3.4.1.1 La striction

La striction résulte d’une localisation de la déformation qui mène à la rupture du matériau si la déformation se poursuit. Il convient cependant de distinguer la striction diffuse et la striction localisée. La striction diffuse correspond à une diminution non homogène de l’épaisseur et de la largeur de la tôle. La striction localisée se traduit par l’apparition d’une bande étroite où se concentre la déformation et correspond à la dernière étape avant la rupture du matériau. Ces deux types de striction sont présentes pour les tôles épaisses (figure 3.17 en haut). Cependant, pour les tôles fines, la striction est uniquement localisée, sans rétrécissement préalable (figure 3.17 en bas).

#### 3.4.1.2 Le plissement

Le plissement des tôles est principalement dû à leurs caractéristiques dimensionnelles (faible épaisseur en regard des autres dimensions). Ainsi, la formation de plis s’explique par la présence de contraintes de compression qui apparaissent lors de la mise en forme et qui agissent dans le plan de la tôle comme des efforts de flambement. L’apparition de plis est observable à partir d’un simple essai d’emboutissage (figure 3.18).

De plus, ce phénomène de plissement peut poser problème pour la détermination des ca-



Figure 3.19 – Apparition de plissement lors d'un essai de traction. Source : Vollertsen *et al.* [78].

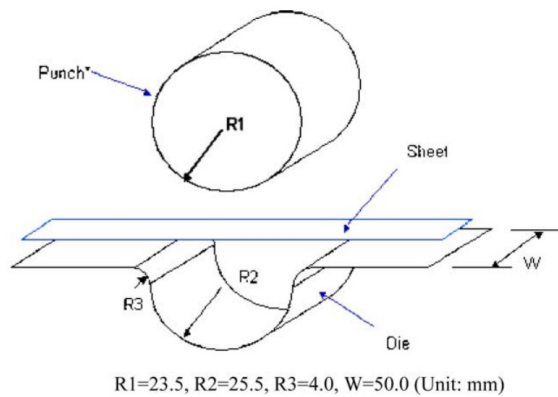


Figure 3.20 – Schéma de principe du pliage en U. Source : Lee *et al.* [44].

ractéristiques mécaniques des matériaux sous cette forme de tôles minces. Ainsi, la figure 3.19 présente ce phénomène de plissement lors d'un essai de traction sur une éprouvette d'épaisseur 0,1 mm.

### 3.4.1.3 Le retour élastique

A l'issue d'une opération de mise en forme, une pièce ne conserve pas la même géométrie que celle imposée par les outils de formage. Ceci est dû à une hétérogénéité des contraintes induites par le procédé. La matière a tendance à se « reformer » lors du retrait des outils de formage afin d'atteindre un nouvel équilibre. Ces déformations, généralement non souhaitées, sont le plus souvent de nature élastique et induisent un écart qui peut être important entre la forme finale de la pièce et la géométrie des outils de mise en forme.

Le cas du pliage est intéressant car les conditions aux limites sont celles de notre étude. Le principe de cet essai repose sur le pliage d'une éprouvette entre une matrice et un poinçon. La mesure de l'angle de pliage après retrait du poinçon caractérise le retour élastique. Lee *et al.* [44] présentent l'étude d'un cas de pliage en U (figure 3.20). L'opération de formage est simulée puis les résultats de la simulation sont comparés aux résultats expérimentaux. Cette étude porte sur deux nuances d'aluminium et un acier.

Les résultats de cette comparaison sont présentés sur la figure 3.21. Les profils expérimentaux mesurés (figure 3.21a) sont comparés aux profils issus des simulations numériques (figure 3.21b). Bien que les simulations permettent d'approcher les résultats expérimentaux, l'écart entre les profils expérimentaux et simulés reste conséquent. En effet, dans le meilleur des cas, la plus petite différence entre le profil expérimental et celui simulé est de  $1,75^\circ$ . Ainsi, même pour une

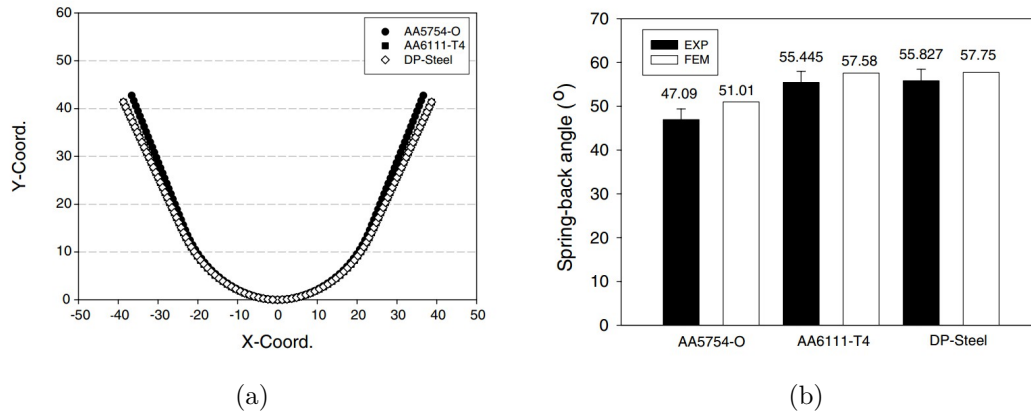


Figure 3.21 – Profils expérimentaux de l'essai de pliage en U (a) et différence entre les angles de pliage expérimentaux et simulés (b). Source : Lee *et al.* [44].

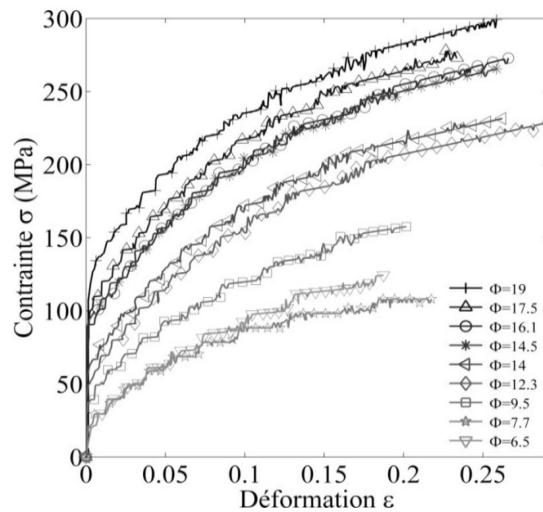


Figure 3.22 – Courbes contrainte-déformation lors d'un essai de traction pour différentes valeurs du paramètre  $\Phi$ . Source : Ben Hmida *et al.* [6].

opération de pliage relativement simple, les résultats issus des outils de simulation présentent des écarts significatifs avec les résultats expérimentaux pour la valeur du retour élastique.

### 3.4.2 La mise en forme des tôles minces

Lors de la mise en forme des tôles minces, des défauts similaires à ceux des tôles d'épaisseur standard sont susceptibles d'apparaître. Cependant, d'autres phénomènes spécifiques entrent en jeu et empêchent de transposer aux tôles minces l'expérience acquise sur la mise en forme des tôles avec les procédés traditionnels. Le comportement global des matériaux est en effet soumis à un effet d'échelle. Cet effet d'échelle est fortement dépendant du ratio  $\Phi = h/d$ , où  $h$  est l'épaisseur de la tôle et  $d$  est la taille moyenne des grains dans la section de la tôle.

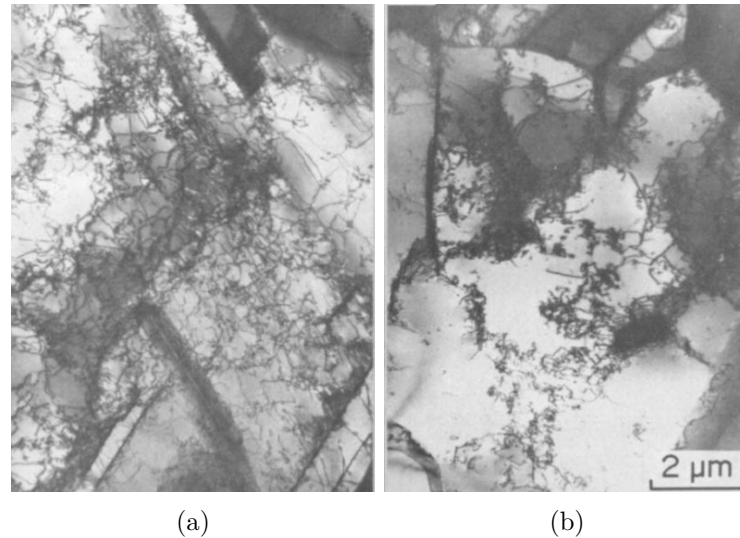


Figure 3.23 – Distribution des dislocations dans les grains de la section (a) et dans les grains de surface (b) de la tôle. Source : Miyazaki *et al.* [51].

#### 3.4.2.1 Diminution de la contrainte d'écoulement

Ben Hmida *et al.* [6] présentent les résultats d'essais de traction sur un cuivre FPG (Cu-0.1Fe-0.03P). Afin de pouvoir étudier les effets de la variation de  $\Phi$  lors d'un essai de traction, les échantillons subissent un recuit variable. En effet, classiquement, on observe que la taille des grains augmente avec la température de recuit. Une campagne d'essais en traction est réalisée avec ces éprouvettes avec des tailles de grains croissantes. Les courbes de référence sont présentées dans la figure 3.22. Il est intéressant de noter que la contrainte d'écoulement diminue de façon importante avec la diminution du nombre de grains dans l'épaisseur de la tôle.

Miyazaki *et al.* [51] montrent que la valeur critique du paramètre  $\Phi$  est  $\Phi \approx 10$  pour le cuivre. En dessous de cette valeur, la ductilité et la contrainte d'écoulement diminuent de manière significative. En effet, la déformation n'est pas uniformément répartie dans le grain. Sur la figure 3.23a, les dislocations sont uniformément distribuées dans les grains à l'intérieur de l'épaisseur de la tôle. Sur la figure 3.23b, les dislocations sont concentrées aux joints de grains. L'écrouissage est donc plus important dans l'épaisseur de la tôle car l'interaction des dislocations entre elles gêne leur mouvement. De plus, les grains situés à la surface de l'éprouvette présentent un niveau de contrainte plus faible. Sauzay et Gilormini [66] montrent qu'une activation moindre des systèmes de glissement sur les grains de surface est à l'origine de ce niveau de contraintes plus faible. Ainsi, avec l'augmentation du ratio nombre de grains de surface par rapport au nombre de grains dans l'épaisseur de la tôle, la contrainte d'écoulement diminue.

#### 3.4.2.2 Augmentation du coefficient de frottement

Une autre propriété spécifique de la mise en forme des tôles fines est l'augmentation du coefficient de frottement entre la tôle et les outils de formage. Engel et Eckstein [23] expliquent ce phénomène par l'échappement du lubrifiant localisé près des arêtes durant la mise en forme des

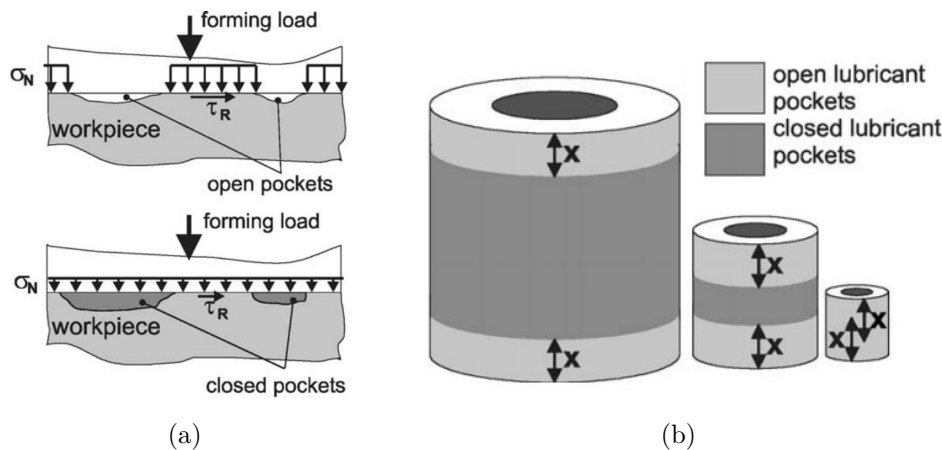


Figure 3.24 – Poches de lubrifiant ouvertes et fermées (a) et influence de l'effet d'échelle sur la densité des poches de lubrification (b). Source : Engel et Eckstein [23].

pièces. En l'absence de lubrifiant, le frottement est sec entre les outils de mise en forme et les aspérités de la pièce. Avec une lubrification, la rugosité à la surface de pièce permet de capturer le lubrifiant sous forme de poches fermées. En effet, lorsque les aspérités se déforment plastiquement, elles emprisonnent le lubrifiant dans les cavités qu'elles délimitent. Celui-ci permet alors de transmettre la pression des outils de mise en forme à l'intégralité de la surface de la pièce (figure 3.24a). Au bord des arêtes de la pièce, le lubrifiant s'échappe et on a alors apparition de frottement sec jusqu'à une distance caractéristique  $X$  des arêtes de la pièce mise en forme. Cette distance caractéristique est fonction de la rugosité. Le coefficient de frottement peut alors augmenter jusqu'à un facteur 20. Avec la diminution de la taille des pièces, la proportion de poches fermées par rapport au nombre de poches ouvertes diminue (figure 3.24b). En effet, la rugosité ne dépend pas de la taille des pièces. La proportion et la taille des poches ouvertes aux alentours des arêtes des pièces à mettre en forme reste relativement constant alors que le nombre de poches fermées diminue. La diminution de l'épaisseur des tôles implique donc que le coefficient de frottement lors de leur mise en forme est supérieur au coefficient de frottement de mise en forme d'une tôle d'épaisseur standard.

### 3.4.2.3 Modification de l'anisotropie de déformation

Kals et Eckstein [38] montrent que le coefficient moyen d'anisotropie de la déformation plastique  $\bar{r}$  décroît progressivement lorsque l'épaisseur de la tôle diminue (figure 3.25). Ceci indique que la déformation suivant l'épaisseur  $\epsilon_S$  prend de l'importance par rapport à la déformation dans le plan de l'éprouvette  $\epsilon_W$ .

Avec la diminution du nombre de grains dans l'épaisseur de la tôle, le comportement polycristallin du matériau tend plus rapidement vers un comportement monocristallin dans la section que dans le plan de la tôle. Cette transition vers un comportement monocristallin est confirmée par l'évolution de la ductilité.

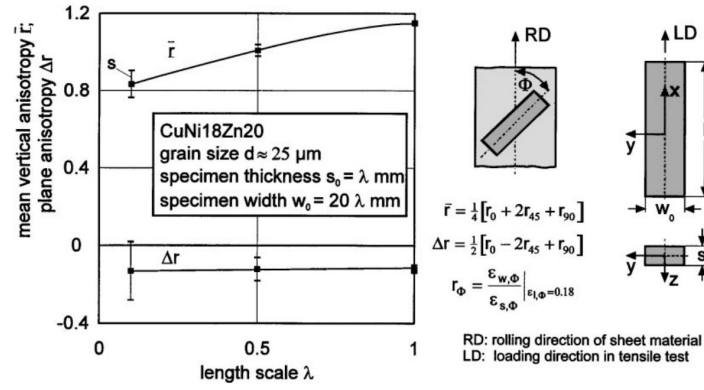


Figure 3.25 – Anisotropie de déformation du CuNi18Zn20 en fonction de l'épaisseur  $\lambda$  de la tôle. Source : Kals et Eckstein [38].

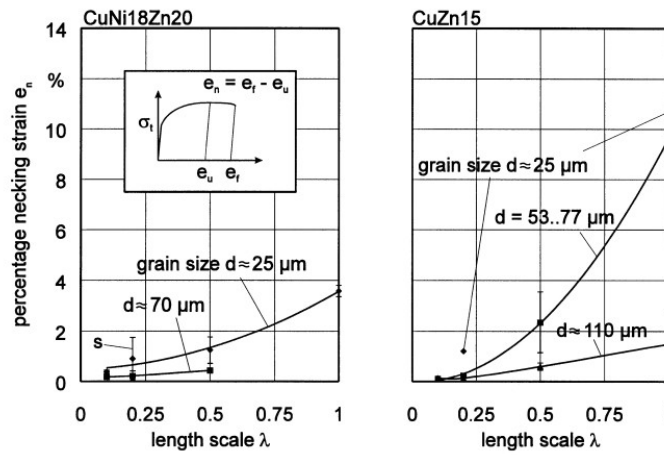


Figure 3.26 – Variation de la ductilité en fonction de la taille de grains et de l'épaisseur de tôle pour le CuNi18Zn20 et le CuZn15. Source : Kals et Eckstein [38].

#### 3.4.2.4 Diminution de la ductilité

L'apparition de striction localisée pour les tôles de fine épaisseur, évoquée dans la section 3.4.1.1, s'explique par une diminution de la ductilité. Kals et Eckstein [38] présentent des mesures expérimentales de la variation de la ductilité en fonction de l'épaisseur de la tôle et de la taille des grains pour deux nuances de cuivre : le CuNi18Zn20 et le CuZn15. Les résultats de ces travaux sont présentés sur la figure 3.26.

La déformation  $e_n$ , correspondant à la zone de striction, chute jusqu'à atteindre presque zéro pour les faibles épaisseurs de tôles et/ou le faible nombre de grains dans l'épaisseur. Les modes de rupture changent donc et on passe donc d'une striction diffuse à une striction localisée. Ceci est confirmé par l'analyse des faciès de rupture pour différentes valeurs de  $\Phi = h/d$  (figure 3.27). Ces travaux ont été réalisés par Keller [41] sur du nickel polycristallin pur à 99,98%.

L'éprouvette possédant environ 15 grains dans l'épaisseur présente une rupture ductile, avec la présence de cupules (figure 3.27a). A l'opposé, les figures 3.27b et 3.27c, représentant les faciès des éprouvettes de rapports  $\Phi$  respectivement égal à 8,5 et 4,8, sont caractéristiques d'une



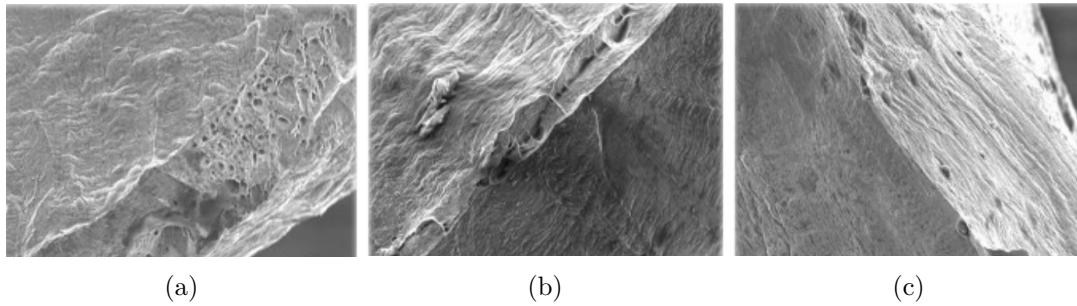


Figure 3.27 – Faciès de rupture pour  $\Phi = 15$  (a), pour  $\Phi = 8,5$  (b) et pour  $\Phi = 4,8$  (c). Source : Keller [41].

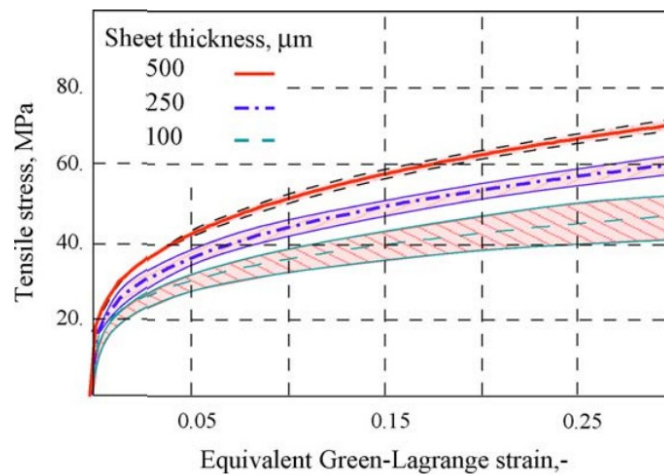


Figure 3.28 – Courbes de référence et incertitudes associées pour un alliage d'Al à différentes épaisseurs. Source : Fülöp *et al.* [27].

rupture par striction totale localisée, avec un faciès en lame de couteau sans présence de cupules.

### 3.4.2.5 Dispersion des résultats

Avec la diminution du nombre de grains dans l'épaisseur de la tôle, on observe une transition du comportement polycristallin vers un comportement de type monocristal très dépendant de l'orientation des grains. Fülöp *et al.* [27] présentent les résultats de simulations numériques sur un alliage d'aluminium pour différentes épaisseurs d'éprouvettes et à taille de grains constante. Afin d'évaluer la dispersion des résultats, pour chaque épaisseur, plusieurs simulations sont effectuées en faisant varier la texture et donc la distribution des grains de l'éprouvette.

Les résultats présentés sur la figure 3.28 montrent tout d'abord que la contrainte d'écoulement diminue avec l'épaisseur des tôles ce qui est conforme aux observations expérimentales. De plus la dépendance des résultats de simulation vis-à-vis de la microstructure devient manifeste. En effet, avec la diminution de l'épaisseur des tôles, la dispersion des résultats des simulations numériques croît. Le comportement global du matériau devient plus dépendant du comportement individuel de chaque grain (par rapport au cas d'un polycristal massif).

	Tolérances		N° de coulée
	Min	Max	
Be (%)	1,8	2,1	1,850
Co (%)		0,3	0,239
Fe (%)		0,2	0,02
Ni (%)		0,3	0,001
Charge à la rupture (MPa)	510	610	532
Allongement (%)	15		28,0
Dureté Vickers (HV)	130	190	155
Limite élastique (MPa)	400	560	429

Tableau 3.7 – Fiche produit de la nuance de cuivre-béryllium de l'application de cambrage de connecteur.

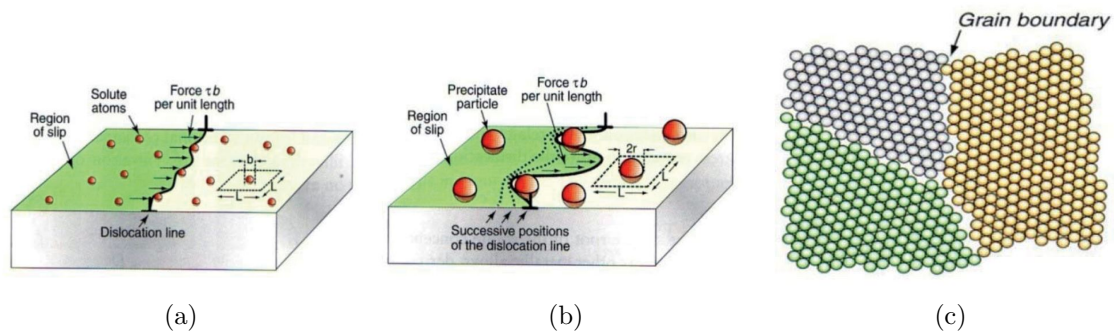


Figure 3.29 – Mécanismes de durcissement structural par solution solide (a), par précipités (b) et par joints de grains (c). Source : Ashby *et al.* [2].

### 3.4.3 Le cuivre béryllium

Le matériau de cette étude est un cuivre béryllium de nuance BE25 1/4H sous forme de tôle d'épaisseur 0,1 mm. La composition chimique ainsi que les caractéristiques mécaniques de ce matériau sont détaillées dans le tableau 3.7.

Le cuivre pur a des propriétés mécaniques relativement faibles. Le fait de l'allier permet de « durcir » le métal et lui donne des propriétés mécaniques et de conductivité électrique spécifiques. La limite d'élasticité, par exemple, est dépendante des interactions entre les défauts à l'origine de la déformation plastique (principalement les dislocations) et les caractéristiques micro-structurelles de l'alliage. Ces interactions sont présentées sur la figure 3.29. Ainsi, tous les obstacles au mouvement des dislocations contribuent au durcissement du matériau. Le durcissement par solution solide (figure 3.29a) est d'autant plus important que la taille des éléments de substitution est différente de la taille des éléments de la matrice. Ceci est particulièrement vrai dans le cas des atomes de béryllium dont la taille d'atome est 14% plus petite que l'atome de cuivre. La figure 3.30a présente l'influence de la différence de taille entre les atomes de soluté et de la matrice sur la limite d'élasticité des alliages de cuivre. Dans le cas du cuivre-béryllium,

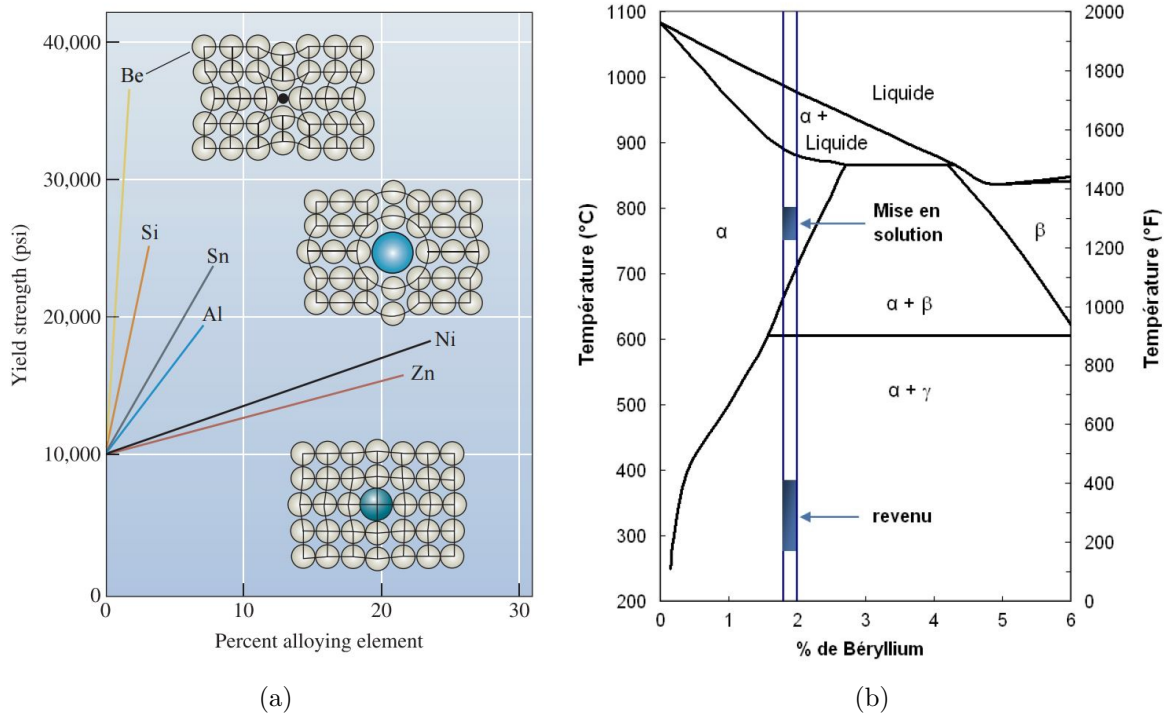


Figure 3.30 – Effet de la taille des éléments de substitution sur la limite élastique des alliages de cuivre (a), source : Askeland *et al.* [3] et diagramme de phase du système Cu-Be (b).

ce durcissement par solution solide est accompagné d'un durcissement par précipitation (figure 3.29b). En effet, la solubilité du béryllium dans le cuivre étant faible (0,2% en masse de solubilité à température ambiante), des précipités de béryllium apparaissent pour des concentrations plus élevées (diagramme de phase du système Cu-Be sur la figure 3.30b). Cette solubilité atteint 2,7% à 866°C. La phase  $\beta$  est cependant toujours faiblement présente sous la forme de petits cristaux principalement situés aux joints de grains. Ce sont ces cristaux qui entravent le grossissement des grains de la phase  $\alpha$  pendant le chauffage avant la trempe. La trempe du cupro-béryllium (pour 2% de Be) s'effectue à l'eau après maintien de l'alliage à une température d'environ 800°C. Le but est de maintenir une solution sursaturée en béryllium en phase  $\alpha$  à la température ambiante. Il est alors possible d'intégrer un processus de revenu afin d'augmenter les propriétés mécaniques de l'alliage. Dans ce cas, le revenu peut-être schématisé de la façon suivante :

- les atomes de Be en excès se regroupent sous forme d'amas de quelques centaines d'ångströms de diamètre sur quelques distances inter-atomiques d'épaisseur dans les plans (110) (zones de Guignier-Preston),
- formation de deux phases intermédiaires, l'une monoclinique à base centrée (phase  $\gamma''$ ), l'autre cubique centrée (phase  $\gamma'$ ),
- précipitation généralisée en phase d'équilibre  $\gamma$  si le revenu est prolongé ou effectué au-dessus de 320°C.

Le maximum de dureté correspond à la formation de la phase  $\gamma'$ , alors que la précipitation généralisée de la phase  $\gamma$ , déclenchée aux joints de grains, entraîne une perte de dureté et de résistance

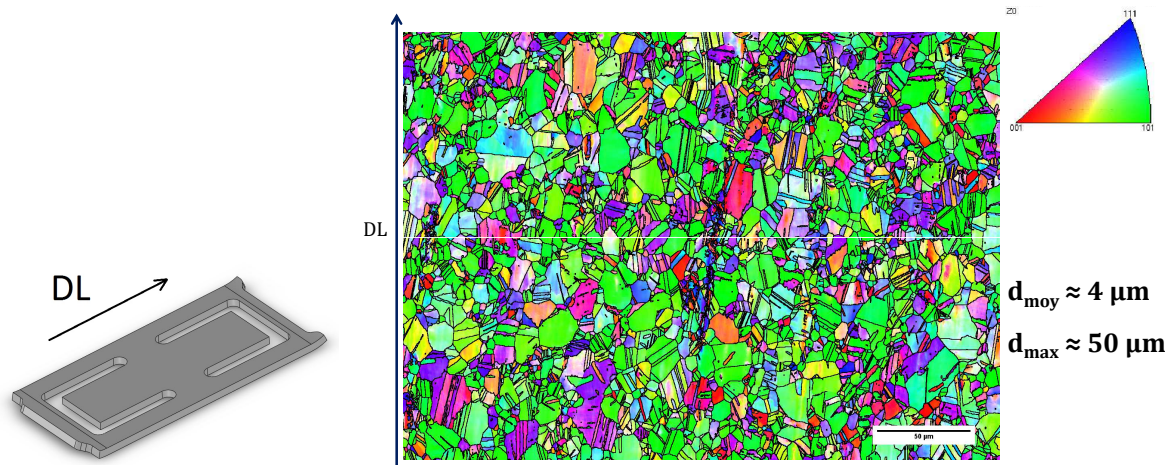


Figure 3.31 – Détermination de l'orientation de la microstructure par analyse EBSD. Source : LEM3.

mécanique. Les alliages de cuivre-béryllium sont généralement additionnés de nickel et/ou de cobalt dans le but de retarder l'adoucissement qui apparaît au cours de revenus prolongés.

**Microstructure du matériau de l'étude.** Le matériau de cette étude n'est pas recuit. La nuance B25 1/4H correspond à un matériau dont l'épaisseur a subi une réduction de 11% par laminage à froid. Une analyse par diffraction d'électrons rétro-diffusés (EBSD, electron backscattering diffraction), effectuée par le laboratoire LEM3, permet d'établir une cartographie de la microstructure du matériau. La taille des grains ainsi que leur orientation est présentée sur la figure 3.31. Cette orientation est déterminée par rapport à la direction de laminage (DL sur la figure). Pour cette nuance de cuivre-béryllium, la taille moyenne de grains est de  $4\ \mu\text{m}$  avec une taille maximum de  $50\ \mu\text{m}$ . Ces dimensions sont homogènes dans les trois dimensions. Les grains sont préférentiellement orientés suivant la direction [101].

En raison du nombre de grains moyen relativement important dans l'épaisseur, ce cas d'étude n'entre pas dans celui de la mise en forme des tôles fines. En effet, avec 25 grains en moyenne dans l'épaisseur de 0,1 mm, les effets liés au changement d'échelle détaillés dans le paragraphe 3.4.1 ne sont pas pris en compte dans les modélisations. Pour mémoire, dans le cas du cuivre, c'est environ à partir de 10 grains dans l'épaisseur qu'apparaît une divergence de comportement lors de la mise en forme des composants d'épaisseur fine par rapport à d'autres d'épaisseur plus standard.

#### 3.4.4 Procédé de mise en forme

Le procédé simulé correspond à une des étape de mise en forme d'un connecteur par une série de passes de cambrage, d'emboutissage et de découpe successives. La pièce finale est présentée sur la figure 3.32a. Ses dimensions extérieures sont indiquées sur la figure 3.32b. L'obtention de cette forme finale s'obtient par un passage sur 20 postes en série. L'approvisionnement de l'outil de formage se fait sous forme de bande d'épaisseur 0,1 mm conditionnée en rouleau.

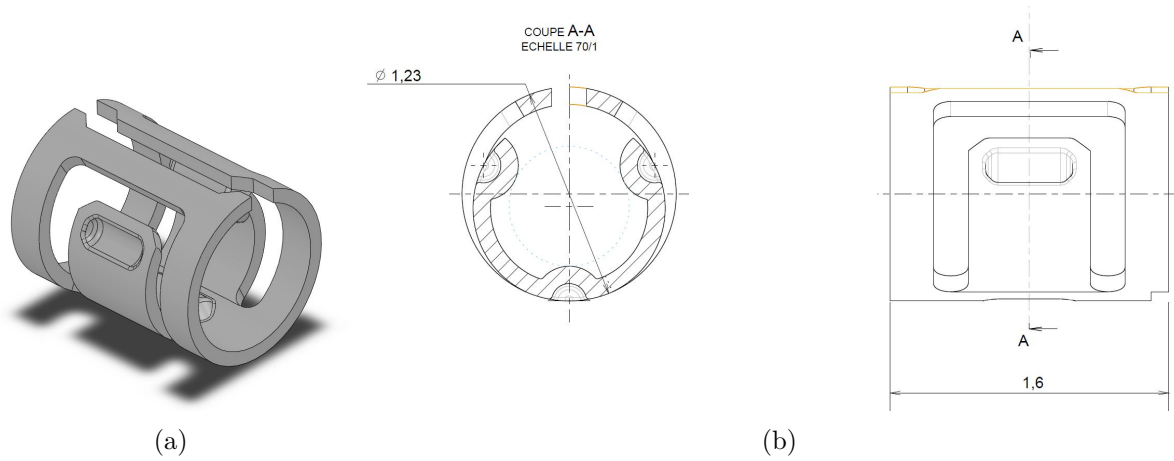


Figure 3.32 – Vue isométrique (a) et dimensions principales représentatives du connecteur (b).

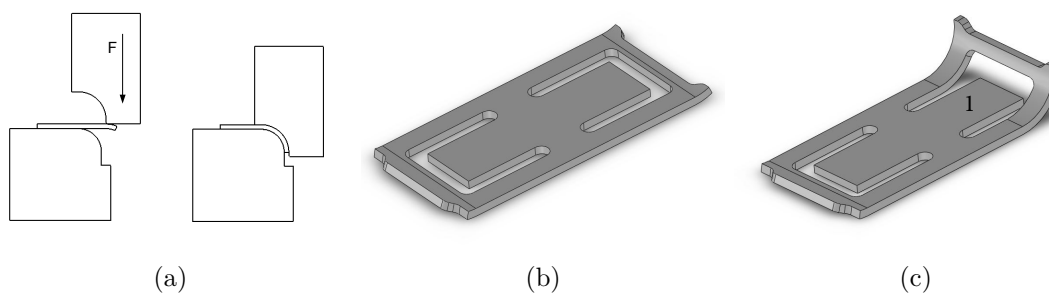


Figure 3.33 – Procédé de cambrage avec matrice et poinçon (a), pièce avant mise en forme (b) et pièce après cambrage(c).



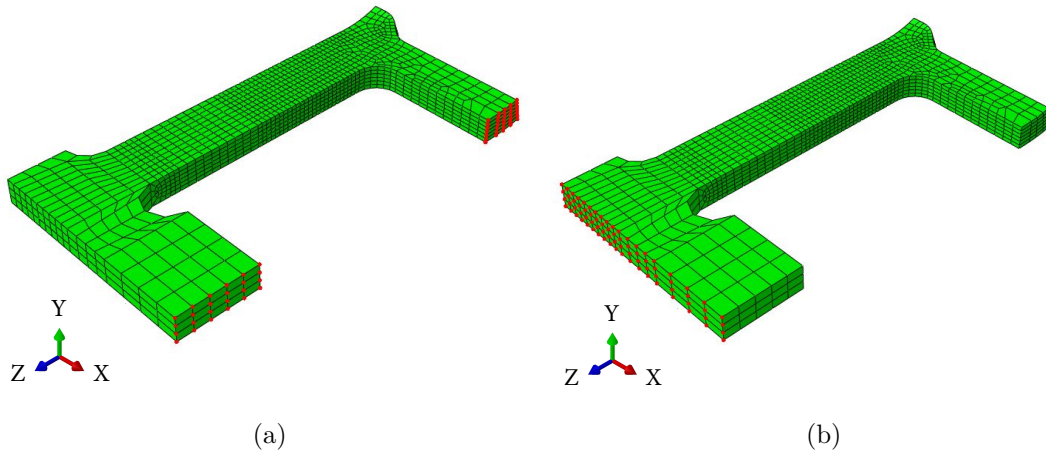


Figure 3.34 – Modélisation de la géométrie du demi connecteur. Symétries suivant l'axe X (a) et suivant l'axe Z (b).

L'étude porte sur la simulation d'une des étapes de cambrage. Lors du passage dans ce poste, la pièce (figure 3.33b) est mise en forme entre un poinçon et une matrice (pièce après mise en forme, figure 3.33c). Après retrait du poinçon la pièce passe sur le poste de mise en forme suivant. Du fait des symétries, la simulation numérique porte sur un demi-connecteur (figure 3.34). La partie intérieure du connecteur (zone 1 sur la figure 3.33c) n'est pas affectée par l'opération de mise en forme et est donc exclue de la modélisation. Pour les simulations numériques, le coefficient de frottement entre les outils de mise en forme et la pièce est fixé à 0,1 d'après les valeurs courantes fournies par la littérature pour le coefficient de frottement acier-cuivre.

### 3.4.5 Modèles proposés et prise en compte des hétérogénéités associées

#### 3.4.5.1 Modélisation phénoménologique

Les essais de caractérisation ainsi que la simulation numérique avec le modèle phénoménologique sont réalisés par les laboratoires LIMATB et LEM3, partenaires du projet de recherche dans lequel s'inscrit cette thèse. La modélisation phénoménologique proposée dans cette section est définie suivant le protocole détaillé dans le paragraphe 1.3.1. Différents essais expérimentaux sont réalisés sur le matériau afin de le caractériser en regard du procédé de mise en forme. Un modèle phénoménologique est choisi au vu des résultats de ces essais de caractérisation mécaniques.

#### Vitesse de déformation

La sensibilité du matériau à la vitesse de déformation induite par le procédé de mise en forme est étudiée. En effet, la pièce de l'étude est une pièce de production en grande série. La vitesse de production devant être la plus élevée possible, le temps de mise en forme est restreint. La cinématique du moyen de production induit une vitesse de déplacement du poinçon comprise entre 5 et 8  $\text{mm.s}^{-1}$ . Un essai de traction uni-axiale est réalisé en faisant varier la vitesse de déformation au cours de l'essai. La figure 3.35 présente le résultat de cet essai et permet de

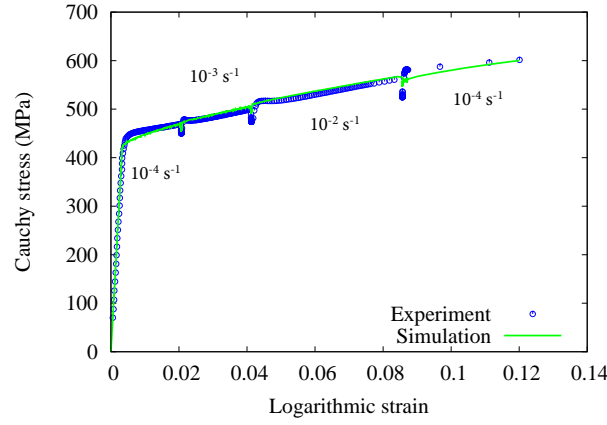


Figure 3.35 – Courbe de référence en traction uni-axiale du CuBe2 pour différentes vitesses de déformation. Source : LIMATB.

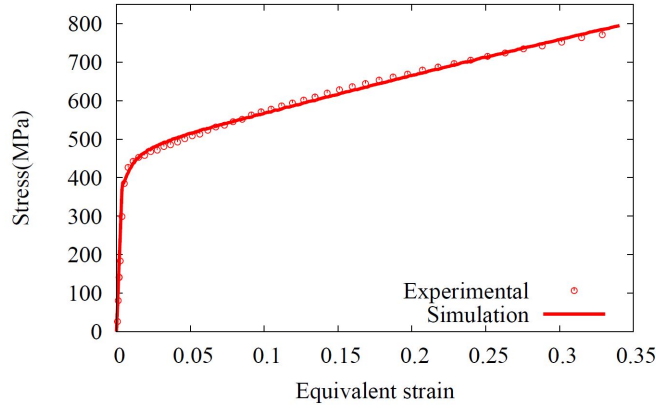


Figure 3.36 – Courbe de référence identifiée sur un essai d'expansion bi-axiale par un modèle d'écrouissage isotrope de type Hockett-Sherby. Source : LIMATB.

conclure que le matériau est peu sensible à la vitesse de déformation.

### Ecrouissage isotrope

Des essais d'expansion bi-axiale sont réalisés sur le matériau. Une loi de type Hockett-Sherby est choisie afin de modéliser l'écrouissage isotrope de celui-ci. La variable isotrope associée est :

$$R = \sigma_{sat \text{ HS}} - (\sigma_{sat \text{ HS}} - \sigma_0) \cdot e^{-C_{r \text{ HS}}(\bar{\epsilon}^p)^{n_{HS}}} . \quad (3.6)$$

La figure 3.36 présente la courbe de référence de l'essai d'expansion bi-axiale expérimental ainsi que la courbe de référence issue de la simulation dont les paramètres sont identifiés par analyse inverse. Ces paramètres sont présentés dans le tableau 3.8.

### Ecrouissage cinématique

Des essais de cisaillement cycliques sont réalisés afin d'étudier l'influence de l'écrouissage ciné-

$\sigma_{sat\ HS}$ (MPa)	$C_{r\ HS}$	$n_{HS}$
2817	0,23	1,21

Tableau 3.8 – Paramètres du modèle d'écrouissage isotrope de Hockett-Sherby. Source : LIMATB.

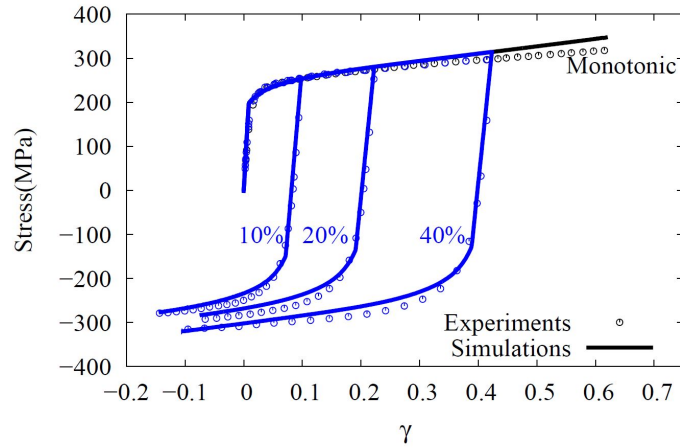


Figure 3.37 – Courbe de référence identifiée sur des essais de cisaillement cycliques par un modèle d'écrouissage cinématique de type Armstrong-Frederick + Prager. Source : LIMATB.

matique sur le matériau. La modélisation de celui-ci est effectuée grâce à un modèle d'écrouissage cinématique de type Armstrong-Frederick couplé à un modèle de Prager. La variable d'écrouissage considérée pour décrire l'écrouissage cinématique est :

$$\mathbf{X} = \frac{2}{3}(C_{X_1} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1 + C_{X_2} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2 + C_{X_3} \cdot \boldsymbol{\alpha}_3 + H_X \cdot \boldsymbol{\epsilon}^p), \quad (3.7)$$

où les tenseurs  $\boldsymbol{\alpha}_i$  vérifient :

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}_i = \boldsymbol{\epsilon}^p - B_X \boldsymbol{\alpha}_i \dot{p}. \quad (3.8)$$

Trois termes  $\boldsymbol{\alpha}_i$  sont introduits du fait de la difficulté à modéliser tous les effets de l'écrouissage cinématique avec un seul terme. Le poids de chacun de ces termes évolue avec la variation de la déformation plastique. La figure 3.37 présente les courbes de référence des essais de cisaillement cyclique expérimentaux ainsi que les courbes de référence issues de la simulation dont les paramètres sont identifiés par analyse inverse. Ces essais cycliques sont réalisés pour différentes valeurs de déformation maximale. Les paramètres du modèle sont détaillés dans le tableau 3.9.

$C_{X_1}$ (MPa)	$B_{X_1}$	$C_{X_2}$ (MPa)	$B_{X_2}$	$C_{X_3}$ (MPa)	$B_{X_3}$	$H_X$ (MPa)
5078	242,6	44,8	0,1	2184,7	52	335,7

Tableau 3.9 – Paramètres du modèle d'écrouissage cinématique de Armstrong-Frederick + Prager. Source : LIMATB.



### Anisotropie

Des essais de traction sont réalisés sur des éprouvettes d'orientation  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage. La modélisation de l'anisotropie est effectuée par un modèle de Bron et Besson [8]. La contrainte équivalente est ainsi définie par :

$$\bar{\sigma} = \left( \sum_{k=1}^2 \alpha_k (\psi_k)^{\frac{a}{b_k}} \right)^{\frac{1}{a}}, \quad (3.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{1}{2} \left( |S_1^2 - S_1^3|^{b_1} + |S_1^3 - S_1^1|^{b_1} + |S_1^1 - S_1^2|^{b_1} \right), \\ \psi_2 &= \frac{3^{b_2}}{2^{b_2} + 2} \left( |S_2^1|^{b_2} + |S_2^2|^{b_2} + |S_2^3|^{b_2} \right), \\ \alpha_2 &= 1 - \alpha_1, \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $S_k^{i=1-3}$  sont les valeurs principales du déviateur des contraintes modifié  $\mathbf{s}_k$  défini par :

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{L}_k : \boldsymbol{\sigma}, \quad (3.11)$$

avec :

$$\mathbf{L}_k = \begin{pmatrix} (c_k^2 + c_k^3)/3 & -c_k^3/3 & -c_k^2/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_k^3/3 & (c_k^3 + c_k^1)/3 & -c_k^1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_k^2/3 & -c_k^1/3 & (c_k^1 + c_k^2)/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_k^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_k^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_k^6 \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

pour une notation de Voigt de  $\boldsymbol{\sigma}$  :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{11} \\ \sigma_{11} \\ \sigma_{12}\sqrt{2} \\ \sigma_{23}\sqrt{2} \\ \sigma_{31}\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

La figure 3.38a présente les courbes de référence des essais de traction expérimentaux ainsi que les courbes de référence issues de la simulation dont les paramètres sont identifiés par analyse inverse. La figure 3.38b détaille les valeurs des paramètres d'anisotropie du CuBe2. Les paramètres du modèle de Bron et Besson sont décrits dans le tableau 3.10.

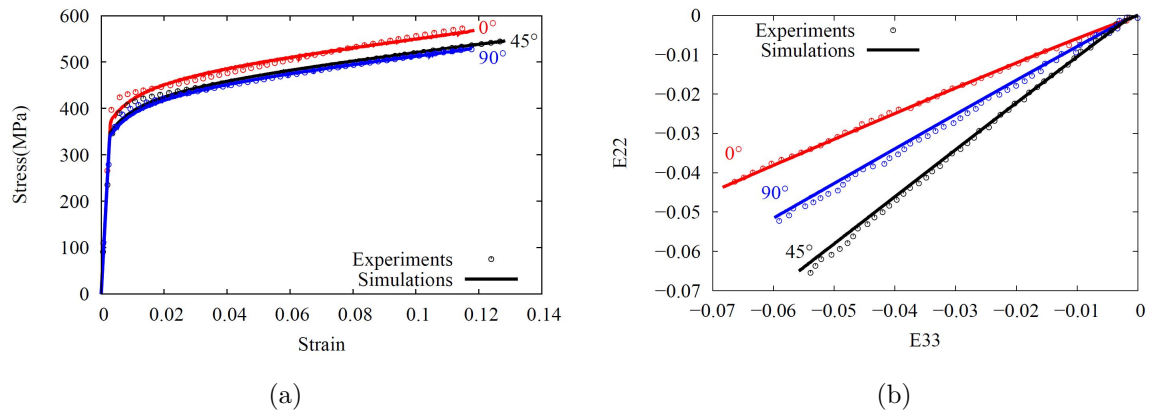


Figure 3.38 – Courbes de référence issues d'un essai de traction uni-axiale pour 3 orientations (a) et coefficients d'anisotropie (b). Source : LIMATB.

$a$	$b_1$	$b_2$	$\alpha_1$				
49,2	2,1	12,7	0,2				
$c_1^1$	$c_1^2$	$c_1^3$	$c_1^4$	$c_2^1$	$c_2^2$	$c_2^3$	$c_2^4$
1,1	0,8	1,01	1,1	0,5	1,3	0,6	0,9

Tableau 3.10 – Paramètres du modèle anisotrope de Bron et Besson. Source : LIMATB.

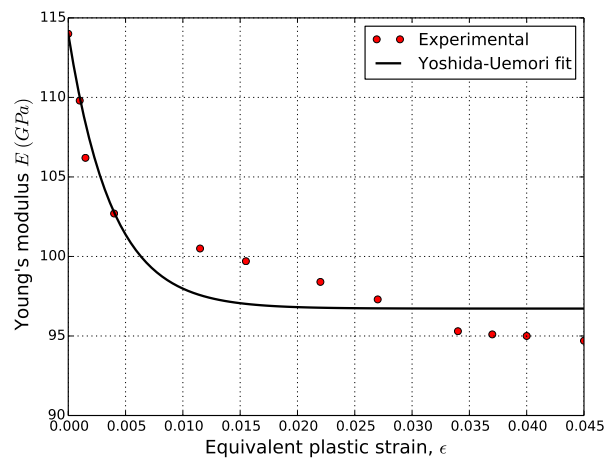


Figure 3.39 – Prise en compte de la décroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique par un modèle de Yoshida-Uemori.

### Variabilité du module d'Young

La variation du module d'Young en fonction de la déformation plastique est prise en compte. Cette dépendance est modélisée selon l'équation 2.1 proposée par Yoshida et Uemori [81].

La figure 3.39 présente l'interpolation des mesures du module d'Young expérimentales pour différentes valeurs de la déformation plastique par cette équation. Pour rappel, celle-ci s'écrit sous la forme :

$$E(\epsilon_p) = E_0 - (E_0 - E_a)(1 - e^{-\beta p}) , \quad (3.14)$$

où  $E_0$  est le module d'Young du matériau vierge de déformation plastique,  $E_a$  la valeur limite du module d'Young pour de grandes déformations plastiques,  $\beta$  un paramètre du matériau et  $p$  la déformation plastique cumulée définie par l'équation 1.14.

Les paramètres identifiés pour la nuance de cuivre-béryllium de l'étude sont  $E_0 = 114$  GPa,  $E_a = 96,7$  GPa et  $\beta = 262,3$ .

### Paramètres de simulation

Ce modèle phénoménologique repose sur une certaine conception de l'hétérogénéité au niveau de la modélisation de l'érouissage cinématique du matériau et avec la prise en compte de la décroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique. En effet, l'érouissage cinématique est la traduction d'un stockage d'énergie induit par les hétérogénéités des microstructures. Cependant, les hétérogénéités locales sont absentes de la modélisation dans le sens où deux volumes élémentaires du matériau ont le même comportement.

La simulation est effectuée grâce au logiciel commercial de calcul par éléments finis Abaqus/Standard (implicite). La prise en compte du comportement du matériau est réalisée par l'intermédiaire d'une UMAT (sub-routine utilisateur pour définir un comportement mécanique du matériau). Le connecteur est discrétisé en 4 000 éléments finis (C3D8 et C3D6) et comprend 6 éléments dans l'épaisseur. Le poinçon et la matrice sont modélisés par des corps rigides. Pour des raisons de stabilité de la simulation, la vitesse du poinçon est fixée à  $1,5 \text{ mm.s}^{-1}$ . Pour mémoire, la vitesse expérimentale du poinçon est comprise entre 5 et  $8 \text{ mm.s}^{-1}$ .

#### 3.4.5.2 Modélisation de plasticité cristalline

Un modèle de plasticité cristalline est utilisé pour simuler la mise en forme du connecteur. Bien que le nombre de grains dans l'épaisseur soit à priori suffisamment important pour ne pas avoir recours à ce type de modélisation, deux arguments sont entrés en ligne de compte afin de tout de même utiliser cette modélisation pour la simulation du procédé de formage. Tout d'abords, le nombre de grains moyen dans l'épaisseur n'est pas non plus extrêmement important. Et surtout, bien que le matériaux présente une taille de grain moyenne faible, certains grains présente une taille très importante en regard de l'épaisseur de la tôle (taille de grains jusqu'à  $50 \mu\text{m}$  pour une épaisseur de  $0,1 \text{ mm}$ ). Le modèle utilisé est le modèle promu par Tabourot [69] qui est présenté dans le paragraphe 1.3.2.

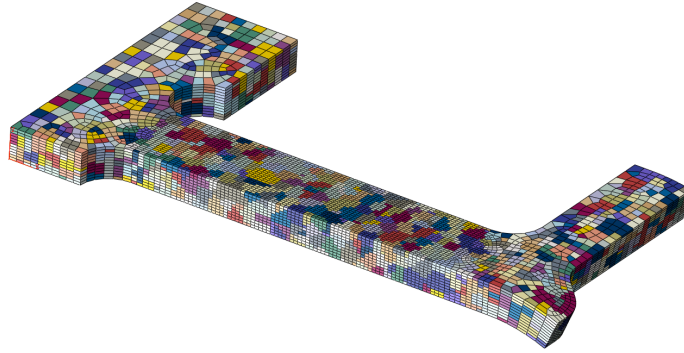


Figure 3.40 – Microstructure de 2000 grains issue d'une germination de type Voronoï pour le demi-connecteur.

### Paramètres de simulation

Ce modèle de plasticité cristalline prend en compte un certain degré d'hétérogénéité au niveau de la modélisation de l'orientation des grains du matériau. Ainsi, les modes de déformation sont sensibles à la direction de chargement que le procédé induit localement. Cependant, la prise en compte de l'influence de la taille de grains (de type Hall-Petch, équation 1.1) n'est pas intégrée à cette modélisation. La simulation est effectuée grâce au logiciel commercial de calcul par éléments finis Abaqus/Explicit. La prise en compte du comportement du matériau est réalisée par l'intermédiaire d'une VUMAT (sub-routine utilisateur pour définir un comportement mécanique du matériau). Le connecteur est discrétisé en 35 000 éléments finis (type C3D8R) et comprend 10 éléments dans l'épaisseur. Une microstructure de 2 000 grains est introduite dans la modélisation par germination de type Voronoï. La figure 3.40 présente cette microstructure de 2 000 grains. Un nombre de germes est distribué de façon aléatoire dans la géométrie de la pièce faisant l'objet de l'étude. Un grain est alors défini comme étant l'ensemble des éléments du maillage EF dont la distance au germe concerné est la plus faible. La taille moyenne de grain ainsi modélisée est supérieure à la taille moyenne de grain du matériau. Cependant, la taille de grain n'entrant pas en compte dans sa définition, cette modélisation de plasticité cristalline reste pertinente tant que l'orientation moyenne du matériau est respectée. Classiquement, la phase de retour élastique est modélisée par un schéma implicite. En effet, en cas de modélisation dynamique explicite, l'oscillation de la pièce lors du retrait des outils nécessite un temps de calcul important avant de se stabiliser par amortissement. Dans le cas de l'étude, l'oscillation de la pièce présente un amortissement important dû au coefficient d'amortissement introduit dans le modèle numérique. Cet amortissement est visible sur la figure 3.41 où le déplacement simulé du point A en fonction du temps est tracé. La détermination du retour élastique est ainsi faite par un schéma explicite. Comme pour le modèle phénoménologie, le poinçon et la matrice sont modélisés par des corps rigides et la vitesse du poinçon est fixée à  $1,5 \text{ mm.s}^{-1}$ .

Les paramètres de plasticité cristalline pour le CuBe2 n'étant pas déterminés, le choix est fait d'utiliser les paramètres du cuivre pur en adaptant la densité de dislocations initiale afin de « durcir » artificiellement le matériau lors de la simulation. Les paramètres du modèle pour

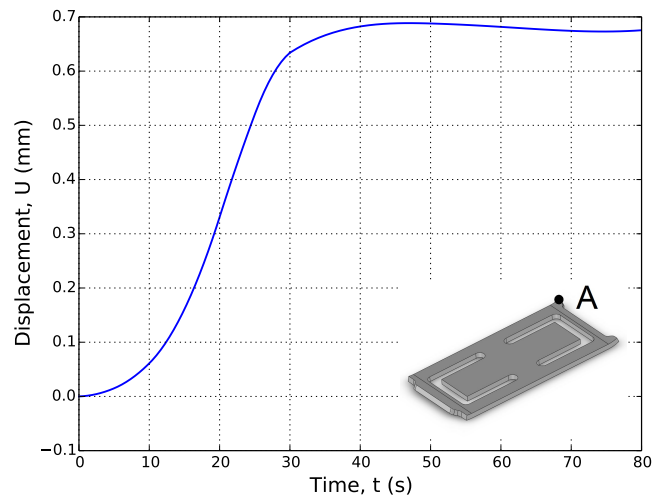


Figure 3.41 – Simulation par le modèle de plasticité cristalline du déplacement du point A en fonction du temps avec un schéma dynamique explicite.

Désignation	Symbole	Valeur
Module de cisaillement transverse (MPa)	$\mu$	42 000
Module du vecteur de Burgers (m)	$b$	$2,56 \times 10^{-10}$
Vitesse de déformation initiale ( $s^{-1}$ )	$\dot{\gamma}_0^s$	$[7,6 \times 10^{-16}; 3,4 \times 10^{-6}]$
Coefficient de sensibilité à la vitesse	$1/m$	0,005
Matrice d'interaction d'écrouissage	$d_{sp} = \alpha^2$	0,09
Distance moyenne d'annihilation	$y_c$	$3,25b$
Nombre moyen d'obstacles avant arrêt	$K_a$	36
Matrice d'interaction des densités de dislocations	$a_{sp}$	$a_0 = 0,6$
		$a_1 = 0,77$
		$a_2 = 0,96$
		$a_3 = 1$

Tableau 3.11 – Paramètres du modèle de plasticité cristalline. Source : Fivel [25].

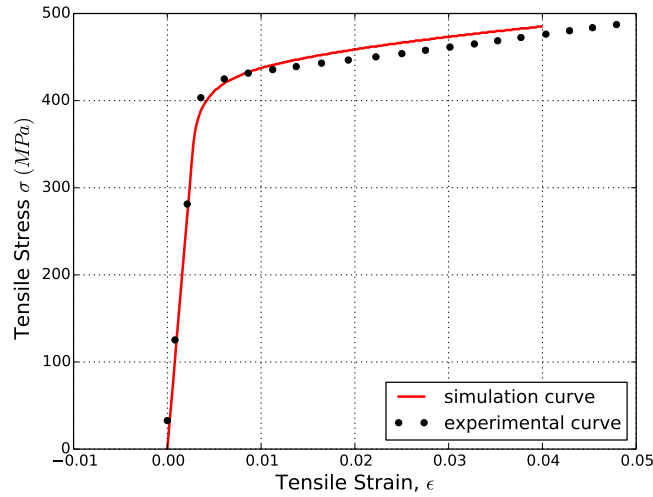


Figure 3.42 – Courbe de référence issue d'une optimisation d'un essai de traction uni-axiale pour le modèle de plasticité cristalline.

$\sigma_y \text{ mean}$ (MPa)	$\sigma_{sat}$ (MPa)	$n$ (MPa)
484,7	619,3	2087

Tableau 3.12 – Paramètres du modèle hybride compartimenté pour le CuBe2.

le cuivre pur sont issus de la littérature et sont présentés dans le tableau 3.11. La densité de dislocations initiale est ajustée par optimisation d'un essai de traction uni-axiale. La texture appliquée pour cette simulation est identique à la texture du connecteur (même taille de grain et distribution d'orientation de grain identique). Du fait de la longueur du temps de calcul (environ une journée de calcul pour une itération), le nombre d'itération est limité. Le résultat de l'optimisation est donc perfectible en intégrant par exemple une identification plus fine des paramètres présentés dans le tableau 3.11. Cependant le résultat actuel semble très satisfaisant. La figure 3.42 présente ainsi le résultat de l'optimisation pour une valeur de densité de dislocations initiale de  $\rho_0 = 10^{14} \text{ m}^{-2}$ .

### 3.4.5.3 Modélisation hybride compartimentée

La modélisation par modèle compartimenté hybride est la modélisation présentée dans le paragraphe 1.4.3.2. La détermination des paramètres du modèle est effectuée par analyse inverse sur un essai de traction uni-axiale. Ceux-ci sont présentés dans le tableau 3.12. La courbe de référence expérimentale en traction et la courbe de référence issue de l'optimisation sont tracées sur la figure 3.43.

#### Paramètres de simulation

Ce modèle hybride compartimenté prend en compte l'effet des hétérogénéités à travers les phénomènes de microplasticité. Ainsi, lors de la mise en forme, des zones du composant plastifient

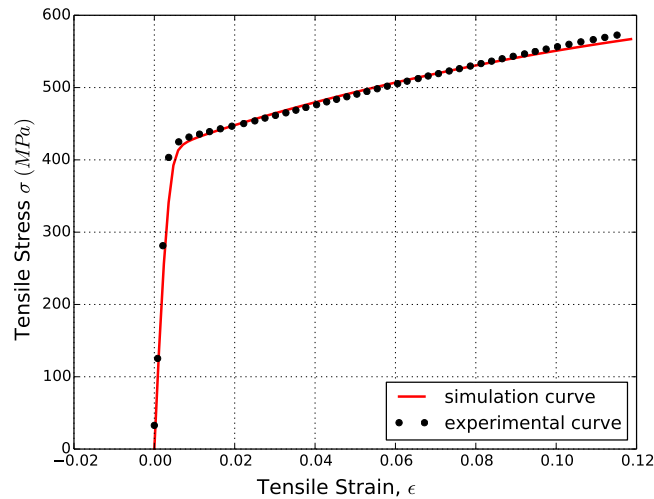


Figure 3.43 – Courbe de référence issue d’une optimisation d’un essai de traction uni-axiale pour le modèle hybride compartimenté.

alors que la limite élastique globale du matériaux n’est pas atteinte. La simulation est effectuée grâce au logiciel commercial de calcul par éléments finis Abaqus/Standard. Le connecteur est discrétisé en 35 000 éléments finis (type C3D8R) et comprend 10 éléments dans l’épaisseur. Comme pour le modèle phénoménologique, le poinçon et la matrice sont modélisés par des corps rigides et la vitesse du poinçon est fixée à  $1,5 \text{ mm.s}^{-1}$ . Le module d’Young et le coefficient de Poisson sont fixés respectivement à 114 GPa et 0,3 en accord avec les essais expérimentaux.

### 3.4.6 Résultats des simulations numériques et discussion

Les calculs sont réalisés sur une machine virtuelle correspondant à un processeur Intel Xeon E5645 (6 cœurs, 2,4 GHz, 12MB de mémoire cache, 5,86 GT/s Intel QPI et 48 Go de RAM). Le système d’exploitation est Windows 2012 serveur Hyper-V. Le temps de calcul pour les simulations via la modélisation phénoménologique, le modèle de plasticité cristalline et le modèle hybride compartimenté est présenté dans le tableau 3.13.

La cartographie des contraintes dans le connecteur après retour élastique est présentée pour chacun des modèles sur la figure 3.44. Du fait des distributions des lois de comportement pour chaque élément pour les modèles de plasticité cristalline et hybride compartimenté, la détermination d’un indicateur pour la comparaison des contraintes entre modèles n’est pas aisée. La

Modèle	temps de calcul (en heures)
Phénoménologique	12
Plasticité cristalline	24
Hybride compartimenté	2

Tableau 3.13 – Temps de calcul pour chacune des simulations de cambrage.

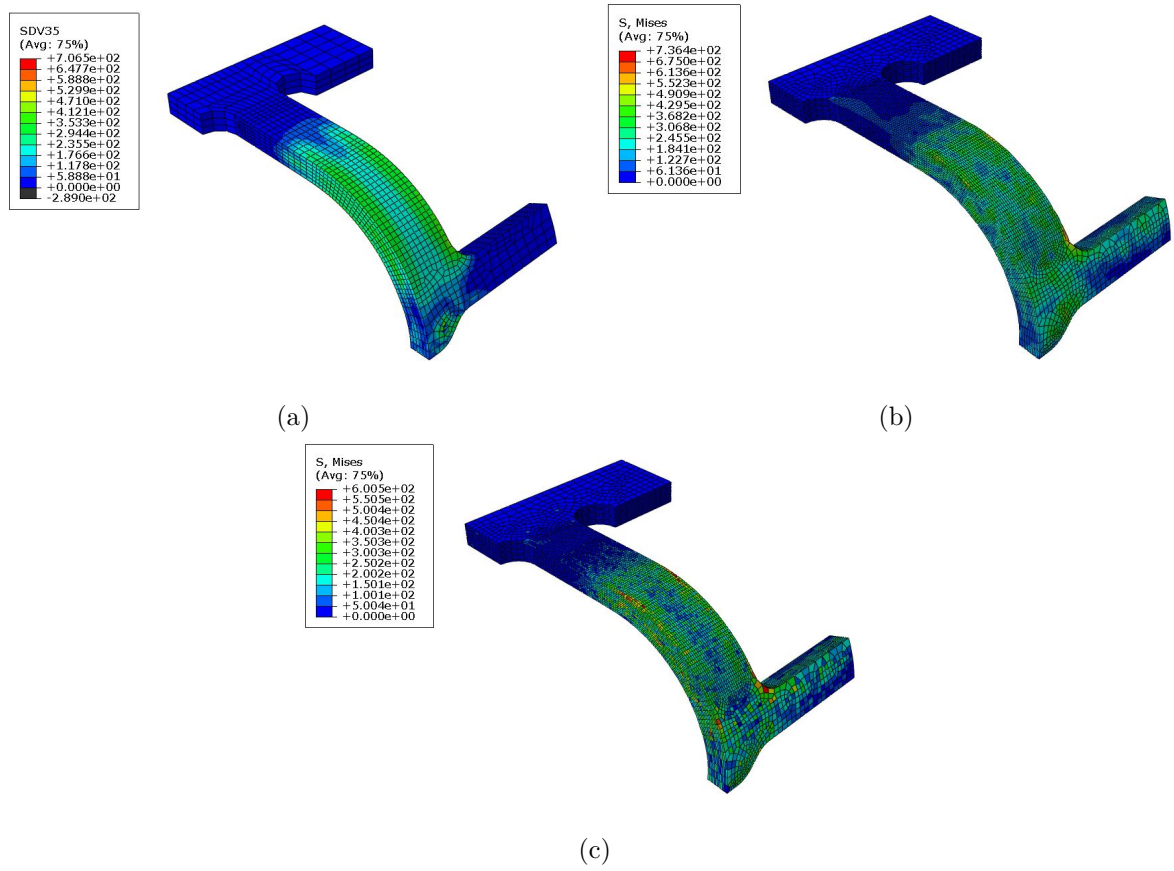


Figure 3.44 – Cartographie des contraintes pour le modèle phénoménologique (a) le modèle de plasticité cristalline (b) et le modèle compartimenté (c).



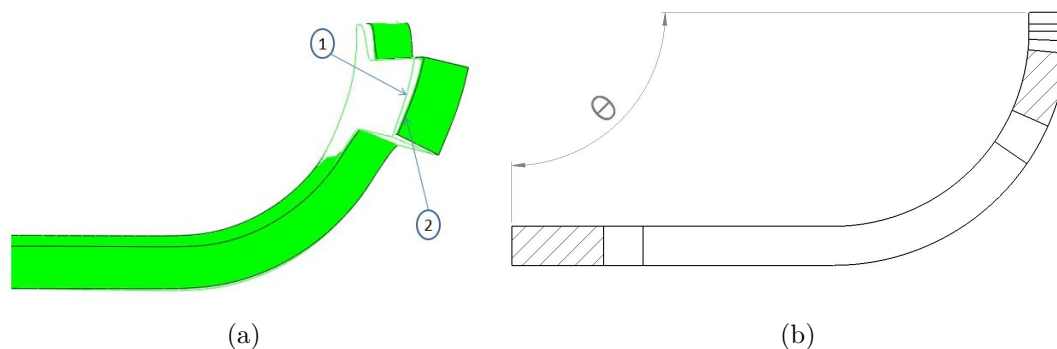


Figure 3.45 – Retour élastique (a) et définition de l'angle de retour élastique  $\theta$  (b).

Modèle	$\theta$ ( $^{\circ}$ )
Phénoménologique	87.6
Plasticité cristalline	93.9
Hybride compartimenté	93.3

Tableau 3.14 – Valeur de l'angle de retour élastique pour les 3 modélisations.

comparaison des contraintes maximales n'est, par exemple, pas pertinente. En effet, du fait de sa construction, des éléments du modèle compartimenté sont susceptibles d'atteindre la contrainte de saturation dans des zones différentes que les zones de contraintes maximales du modèle de plasticité cristalline ou du modèle phénoménologique. Cependant, il est à noter que les niveaux de contraintes moyens dans les zones déformées plastiquement sont proches pour les trois simulations.

Afin de déterminer l'influence de chaque modélisation sur la géométrie de la pièce finale, le retour élastique est quantifié. Celui-ci correspond à la variation de la géométrie du connecteur entre la phase où le poinçon atteint sa course maximum et la géométrie après retrait des outils de mise en forme (figure 3.45a). Un angle de retour élastique est défini (figure 3.45b).

Les valeurs de l'angle de retour élastique sont présentées dans le tableau 3.14. De plus, les géométries finales du connecteur sont présentées sur la figure 3.46. Celles-ci sont pratiquement identiques pour les modélisations hybride compartimentée et de plasticité cristalline. Par contre, le retour élastique pour le modèle phénoménologique est nettement plus important.

La machine de production du connecteur est encore en phase de conception chez l'industriel et il n'est pas encore possible de comparer les géométries simulées avec un profil expérimental et donc de conclure sur la pertinence de chaque modélisation. Cependant, il est intéressant de noter que la prise en compte d'hétérogénéités de diverses natures entraîne une variation importante de la valeur du retour élastique entre les modélisations phénoménologiques et les modélisations fondées sur la description des phénomènes physiques à l'origine de la déformation plastique.

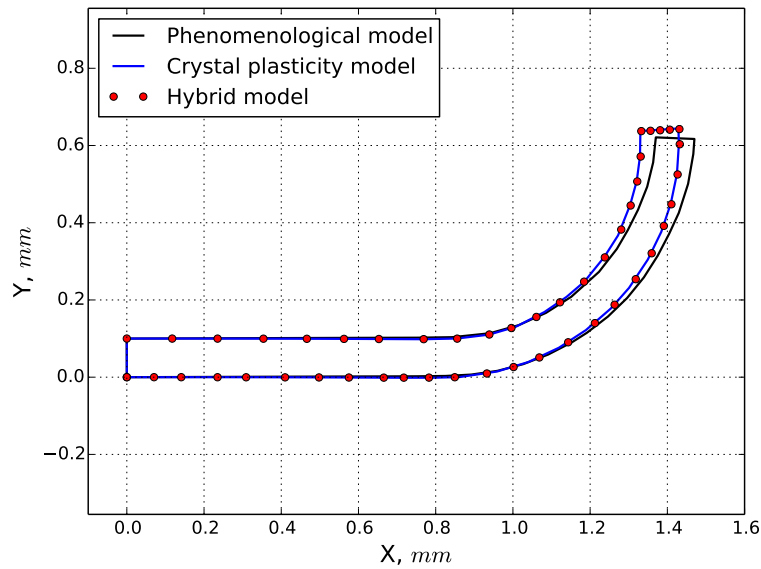


Figure 3.46 – Comparaison des profils simulés du connecteur pour les trois modélisations.

### 3.5 Conclusion

Ce chapitre fait le point à travers trois applications sur la prise en compte des hétérogénéités dans la modélisation de la mise en forme de matériaux métalliques.

La modélisation d'un essai de traction grâce au modèle hybride compartimenté permet de restituer une boucle d'hystérésis observée lors d'un essai expérimental de traction, déchargement complet et rechargement. La description de ce phénomène par un modèle homogène phénoménologique n'est pas accessible de façon directe.

Un essai de compression d'anneau est simulé grâce à deux modélisations : une modélisation phénoménologique élasto-plastique dont la courbe contrainte équivalente déformation équivalente est définie par une loi puissance (modèle de Hollomon) et le modèle compartimenté hybride. Les paramètres des deux lois sont identifiés par analyse inverse à la fois sur un essai de compression d'anneau et un essai de traction uni-axiale. Chacun des deux essais est ensuite simulé avec les paramètres identifiés sur l'essai conjugué. Pour le modèle hybride compartimenté, les paramètres issus de l'optimisation sur un essai de traction permettent une simulation en bon accord avec les résultats expérimentaux de l'essai de compression d'anneau, et inversement. Ceci est beaucoup moins vrai pour la modélisation homogène phénoménologique. Ainsi, la transposition du modèle compartimenté à la simulation d'une opération de formage différente de celle ayant servi à l'identification de ses paramètres reste pertinente.

Enfin, trois simulations sont effectuées par 3 modèles différents sur une opération de cambrage d'un connecteur. Au vu des dimensions de celui-ci (tôle de cuivre-béryllium d'épaisseur 0,1 mm), un état de l'art sur la mise en forme des tôles minces est dressé. En effet, avec la diminution de l'épaisseur des tôles, la contrainte d'écoulement apparente diminue suite à l'augmentation de la proportion de grains de surface par rapport au nombre total de grains. L'anisotropie de

déformation se dégrade et la déformation dans l'épaisseur devient prépondérante. La diminution de la ductilité est très importante, chutant presque à zéro pour de très faibles épaisseurs, avec un changement des modes de striction et de rupture. Le frottement entre la pièce et les outils de mise en forme augmente significativement avec la diminution de l'épaisseur. Globalement, pour un ratio nombre de grain de surface par rapport au nombre de grains dans l'épaisseur important, un comportement moyen de type polycristallin ne peut plus être identifié et la réponse du matériau relève plus du comportement du monocristal. Pour le cuivre, le nombre de grains dans l'épaisseur à partir duquel ces phénomènes ne peuvent plus être négligés est d'environ 10 grains. Une analyse de la microstructure du matériau montre que le nombre de grains moyen dans l'épaisseur est de 25, mais avec une grande disparité car la taille maximale des grains est de 50  $\mu\text{m}$ . Ainsi, avec un modèle phénoménologique et un modèle hybride compartimenté, un modèle de plasticité cristalline est retenu pour la simulation de l'opération de mise en forme. Ces trois modélisations présentent différents niveaux de prise en compte des hétérogénéités :

- prise en compte de l'écrouissage cinématique et de la déroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique pour le modèle phénoménologique,
- description du phénomène de microplasticité pour le modèle hybride compartimenté,
- prise en compte de la texture du matériau pour le modèle de plasticité cristalline.

Le retour élastique est quantifié pour chacune de ces modélisations. Les modèles fondés sur une description physique de l'origine de la déformation (hybride compartimenté et de plasticité cristalline) présentent un retour élastique similaire. Le modèle phénoménologique prédit un retour élastique plus important. Cependant, l'analyse de la pertinence de telle ou telle modélisation reste en suspens du fait de l'absence de pièce expérimentale de comparaison.

## SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES DE CES TRAVAUX

L'analyse la plus élémentaire de la structure des matériaux et plus particulièrement des matériaux métalliques fait apparaître la présence d'hétérogénéités. Ces hétérogénéités structurales comme les dislocations, les structures formées par celles-ci, les joints de grains ou les précipités induisent des comportements difficiles à modéliser par les modèles basés sur une description phénoménologique, continue et homogène du matériau. Ainsi, ces modèles dits phénoménologiques occultent le fait que la déformation plastique est supportée par le mouvement des dislocations dans des plans atomiques denses bien définis et suivant des directions précises et restreintes. Ces mêmes dislocations interagissent entre elles et avec les autres défauts structuraux du matériau. Les modèles de plasticité cristalline sont à même d'intégrer les hétérogénéités locales à un niveau granulaire voire subgranulaire. Cependant, le temps de calcul d'une simulation s'appuyant sur ces modélisations est incompatible avec une utilisation industrielle.

Ainsi, la première partie de ces travaux fait le point sur les modélisations phénoménologiques classiques ainsi que sur les modélisations prenant en compte la description d'hétérogénéités et ce pour différents matériaux comme les bétons, les matériaux composites ou les matériaux métalliques. Cette étude montre qu'introduire la description des hétérogénéités dans les modèles améliore de façon notable leur potentiel de prédiction. Ainsi, un modèle comme le modèle compartimenté hybride est à même de modéliser des phénomènes comme l'écroutissage cinématique ou la localisation sans ajout de paramètres descriptifs additionnels comme cela serait le cas avec une modélisation phénoménologique homogène. Ce dernier modèle présente aussi l'avantage d'être directement intégrable dans un code élément fini commercial, sans passer par des routines matériau spécifiques. Ainsi, il permet de prendre en compte l'influence de la microstructure du matériau et d'être compatible avec la simulation d'opérations de mise en forme complexes. En intégrant cette influence de la microstructure, ces modèles de comportement tiennent compte du mouvement réversible des dislocations (pour les modèles de plasticité cristalline) et de la microplasticité locale (pour les modèles hétérogènes) qui apparaissent à faible déformation, alors que la limite élastique du matériau n'est pas encore atteinte. Ces phénomènes induisent une non-linéarité du module d'Young. Le comportement réversible ne peut plus être considéré comme purement linéaire et ne dépendant que des paramètres  $E$  (module d'Young) et  $\nu$  (coefficient de

Poisson).

Le deuxième chapitre présente l'influence des hétérogénéités sur le comportement réversible des matériaux métalliques. Des simulations d'un essai de traction en dynamique des dislocations discrètes (DDD) montrent que le module d'Young est dépendant de la microstructure. Ainsi, le module d'élasticité décroît avec l'augmentation de la densité de dislocations. La direction de traction par rapport à l'orientation du réseau cristallin a aussi une influence sur la valeur du module. Afin de prendre en compte ces phénomènes, un modèle du comportement élastique est proposé. Le module « apparent » mesuré est considéré comme une composition d'un module correspondant à l'élasticité du réseau et d'un module issu de l'influence des dislocations. Ce dernier est accessible par les calculs de DDD. La mesure du module d'élasticité des liaisons atomiques fait l'objet d'une étude spécifique. Une analyse de différents moyens de mesure est effectuée afin de déterminer s'il est possible de mesurer un module d'élasticité en minimisant l'influence des dislocations grâce à un essai spécifique. Devant l'impossibilité de dégager un moyen de mesure pertinent pour effectuer cette mesure, des essais à froid sont menés pour brider le déplacement des dislocations, celui-ci étant thermiquement activé. Conformément à la littérature, une croissance du module d'Young avec une diminution de la température est observée pour le cuivre pur et une nuance d'acier. L'effet lié à la dilatation thermique perturbe cette mesure. Seulement, une quantification de cette influence semble montrer que cette variation du module d'élasticité n'est pas intégralement liée à ce phénomène. De plus, des simulations en DDD montrent que l'augmentation de la friction du réseau, résultant de la diminution de la température, a une influence sur la valeur du module d'Young apparent. Ceci est corroboré par la littérature et explique, par exemple, la transition ductile-fragile pour les matériaux métalliques à froid (principalement pour les matériaux à structure CC). Ainsi, l'idée fondamentale développée dans ce chapitre est que la notion de déformation élastique sans plasticité ne correspond pas à une description physique de la déformation.

Le troisième chapitre introduit l'application de la prise en compte d'hétérogénéités locales dans la modélisation d'opérations de mise en forme. Ainsi, un essai de traction uni-axiale cyclique est simulé au moyen d'un modèle hybride compartimenté. Le trajet de chargement appliqué correspond à une phase de précharge plastique, suivie d'une décharge complète et enfin d'un rechargement. Ce cycle fait apparaître une boucle d'hystérésis que les modèles ne prenant pas en compte les hétérogénéités locales ne sont pas à même de décrire. La simulation d'un essai de compression d'anneau par un modèle phénoménologique homogène et un modèle hybride compartimenté est présentée. Les paramètres de ces modèles sont identifiés à la fois par optimisation sur cet essai et sur un essai de traction uni-axiale. La même procédure est effectuée avec une modélisation hybride compartimentée. Alors que les deux jeux de paramètres du modèle hybride ainsi identifiés peuvent être utilisés sans distinction dans chacune des deux modélisations, les jeux de paramètres du modèle phénoménologique ne sont pertinents que pour la description de l'essai ayant servi à son identification. Enfin, la comparaison de simulations d'une opération de cambrage d'un connecteur par 3 modèles, proposant différents niveaux de prise en compte d'hétérogénéités locales, est présenté. La pièce est mise en forme à partir d'une tôle de

cuivre-béryllium d'épaisseur 0,1 mm. Du fait de cette faible épaisseur, le premier modèle est une modélisation de plasticité cristalline dont les paramètres d'orientations de grains sont déterminés par une analyse EBSD. Le deuxième modèle est une modélisation hybride qui prend aussi en compte l'influence des hétérogénéités locales par le biais de la description des phénomènes de micro-plasticité. Le dernier modèle est un modèle phénoménologique anisotrope. L'influence des hétérogénéités locales est alors issue de la description de l'écrouissage mixte et de la décroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique. La comparaison de la valeur du retour élastique entre les 3 modèles montre que la géométrie est très semblable pour le modèle hybride et le modèle de plasticité cristalline. Le retour élastique est plus important pour le modèle phénoménologique. En l'absence de pièce expérimentale pour valider la pertinence d'un ou de plusieurs modèles, il est néanmoins important de noter que les modèles qui prennent en compte les hétérogénéités locales de petite échelle offre une perspective d'amélioration des simulations, de par leur capacité à prendre en compte les phénomènes physiques à l'origine des déformations élasto-plastiques.

Les perspectives qui découlent de ces travaux sont alors multiples.

Le modèle proposé pour la modélisation du comportement élasto-plastique nécessite encore quelques développements afin d'être intégré dans les simulations EF. Ainsi, la détermination du module élastique lié à l'influence des dislocations doit encore être quantifié par une analyse inverse en calcul de DDD. L'idée est de réaliser une série de simulations en faisant varier la valeur de ce module initial de manière à tendre vers une valeur de module élastique « apparent » mesuré expérimentalement. Cependant, le calcul étant sensible à plusieurs autres paramètres (densité de dislocations initiale, orientation du grain par rapport à la direction de chargement, etc.) un plan d'expériences conséquent est à mettre en place. Il est aussi nécessaire de développer le protocole de mesure du module d'élasticité des liaisons atomiques. Le potentiel utilisé pour déterminer la contribution de la contraction thermique sur l'augmentation du module d'Young avec la baisse de la température relève, en effet, plus d'un potentiel « école » que d'un outil réellement capable de quantification. Une tentative de déterminer la raideur de la liaison Cu-Cu a été initiée par des calculs *ab-initio* mais n'a pas aboutie faute de temps et de compétences. Mais ce type de calculs semble pertinent pour avancer sur la détermination de ce module d'élasticité des liaisons atomiques.

Les calculs en DDD montrant l'influence des dislocations sur la valeur du module d'Young apparent ne sont effectués pour le moment que sur la simulation d'un grain. La répétition de ces essais virtuels sur une application multi-cristalline présente une voie d'amélioration notable de la modélisation proposée. Ces essais sont envisagés grâce au développement en interne de l'outil de simulation adapté. Ainsi, l'influence des paramètres comme la texture du matériau et la variation de la densité de dislocations initiale pour chaque grain sur la valeur du module d'Young apparent sont une suite logique à ces travaux.

La valeur du module d'Young pour la nuance de cuivre-béryllium est présentée pour une orientation de 45 et 90 ° par rapport à la direction de laminage sur la figure 3.47. Ces valeurs

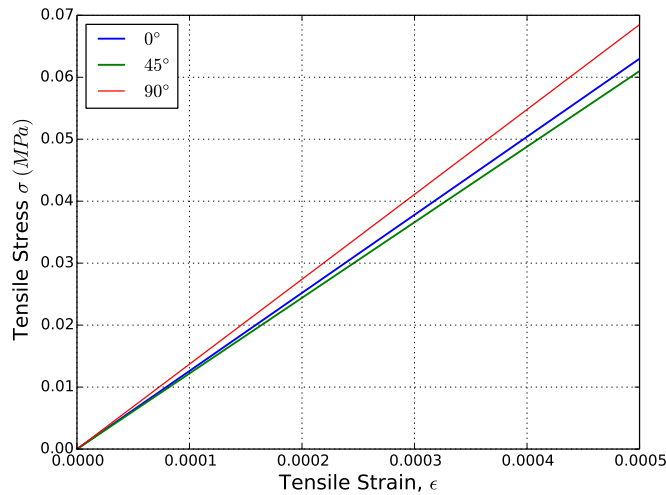


Figure 3.47 – Anisotropie du module d’Young en fonction de l’angle par rapport à la direction de laminage. Source : LIMATB.

sont déterminées sur un essai de traction uni-axiale avec une mesure des déformations par corrélation d’images. Pour cette nuance de cuivre, la valeur du module d’élasticité présente une forte anisotropie (126 GPa à  $0^\circ$ , 122 GPa à  $45^\circ$  et 137 GPa à  $90^\circ$ ). La prise en compte de cette anisotropie du comportement élastique dans la modélisation élasto-plastique proposée semble aussi être une piste d’amélioration notable pour les simulations des opérations de mise en forme. D’un point de vue plus global, l’introduction de la prise en compte de l’anisotropie du matériau par le modèle hybride compartimenté permet d’envisager de nouvelles perspectives pour ce type de modélisation.

Enfin, le modèle hybride compartimenté présenté dans ces travaux est défini par une loi bi-linéaire locale associée à une distribution de type Rayleigh de la limite élastique pour chaque élément du maillage EF. L’étude de nouvelles loi locales associées à d’autres types de distributions, que ce soit du type de distribution même ou de la (des) valeur(s) de la loi locale à distribuer, semble prometteur afin de permettre une approche alternative aux modélisations purement phénoménologiques du comportement des matériaux métalliques.

## TABLE DES FIGURES

1.1	Les 4 plans de glissement $\{111\}$ de la maille cubique face centrée : le tétraèdre de Thompson. . . . .	9
1.2	Projection stéréographique faisant apparaître les symétries de la structure cubique à faces centrées. Les systèmes activables en traction uni-axiale sont donnés pour chaque triangle. Source : De Sansal [14] d'après Hosford [35]. . . . .	10
1.3	Effet de l'activation d'un système en configuration de glissement simple initial. La rotation est susceptible de permettre l'activation du système conjugué. Source : Forest et Fivel [26]. . . . .	10
1.4	Modèle multiéchelle de Baxevanakis. . . . .	20
1.5	Cartographies du nombre de ruptures de fibres de l'éprouvette en fonction du niveau de l'endommagement et de la section droite considérée. Source : Blassiau [7].	21
1.6	Courbe force/déplacement caractéristique du béton en traction. Source : Eckart [19].	22
1.7	Construction d'un modèle par génération de microstructure d'agrégats. Source : Fakhari Tehrani <i>et al.</i> [24]. . . . .	22
1.8	Courbe contrainte/déformation (a) et distribution finale de l'endommagement pour différentes distributions d'agrégats (b). Source : Eckart [19]. . . . .	23
1.9	Contraintes principales maximales pour des agrégats de forme polygonale irrégulière (a) et des agrégats sphériques (b). Source : Fakhari Tehrani <i>et al.</i> [24]. . . .	24
1.10	Courbes expérimentales et numériques pour la valeur du module complexe (a) et pour l'angle de phase (b). Source : Fakhari Tehrani <i>et al.</i> [24]. . . . .	24
1.11	Illustration de la modélisation hétérogène lors de la simulation d'un essai de traction uni-axiale. Source : Furushima <i>et al.</i> [29]. . . . .	26
1.12	Évolution de la rugosité des surfaces libres pour différentes valeurs de déformation plastique lors d'un essai de traction uni-axiale pour un cuivre C1020-O. Les parties concaves de la surface sont en couleur rouge. Source : Furushima <i>et al.</i> [29]. . . .	26



1.13	Profils de la surface d'un échantillon de cuivre C1020-O pour différentes valeurs de déformation plastique pour un essai expérimental (a) et pour la simulation (b). Source : Furushima <i>et al.</i> [29]. . . . .	27
1.14	Source de Frank-Read. . . . .	28
1.15	Distribution des contraintes seuils du modèle hybride. . . . .	29
1.16	Courbe de référence contrainte/déformation dans le domaine réversible pour le modèle hybride appliqué au C68. . . . .	30
1.17	Cartographie des contraintes pour un essai de traction/compression simulé (a) et comparaison des courbes contraintes-déformations dans le cas d'une modélisation homogène et hybride compartimentée d'un essai de chargement cyclique (b). Source : Després <i>et al.</i> [17]. . . . .	31
1.18	Chargement cyclique pour un modèle hétérogène fondé sur la distribution initiale de densité de dislocations. Source : Balland <i>et al.</i> [4]. . . . .	32
2.1	Cycles de charge, décharge, recharge sur un essai de traction (a) ; détail d'un cycle sous forme de boucle d'hystérésis (b) et (c). Source (a)-(b) : Sun et Wagoner [68] ; (c) : Chen <i>et al.</i> [11]. . . . .	36
2.2	Evolution du module d'Young de corde en fonction de la déformation plastique pour une nuance d'acier XC38 (a) et une nuance d'acier A33 (b). Source : Morestin et Boivin [53]. . . . .	36
2.3	Simulation numérique de pliage en vé (a) pour une course du poinçon maximale (b) et après retour élastique (c). . . . .	38
2.4	Orientation du grain et direction de traction. . . . .	40
2.5	Evolution de la densité de dislocations sur le système primaire et sur le système dévié en fonction de la déformation (a) et influence de la multiplication réversible de dislocations sur le module d'Young apparent (b). . . . .	41
2.6	Influence de la densité initiale de dislocations sur le module d'Young apparent (a) ; répartition de la déformation pour une source de dislocations (b) et répartition de la déformation avec une densité plus importante de dislocations (c). . . . .	41
2.7	Influence de la taille de grain sur la valeur du module d'Young apparent pour un grain d'arête 14 $\mu\text{m}$ (a) et pour un grain d'arête 21 $\mu\text{m}$ (b). . . . .	42
2.8	Microstructure initiale (a) et finale (b) pour une orientation de traction $[\bar{1}23]$ (avec système actif B4) ; microstructure initiale (c) et finale (d) pour une orientation de traction $[\bar{1}11]$ (avec systèmes actifs B4, B5, C1, C5, D1 et D4). . . . .	43
2.9	Influence de l'orientation sur la valeur du module d'Young apparent (a) ; répartition de la déformation en glissement simple pour une orientation de traction $[\bar{1}23]$ (b) et répartition de la déformation en glissement multiple pour une orientation de traction $[\bar{1}11]$ (c). . . . .	44
2.10	Quartz, réseau cristallin ordonné (a) ; verre, silice amorphe (b). . . . .	46

2.11	Principe de mesure de module Young vibratoire IET : acquisition du signal (a), signal temporel (b) et transformée de Fourier (c). . . . .	48
2.12	Module d'Young en fonction de la température, moyenne sur 50 mesures de module à la décharge sur un essai de traction cyclique pour le C68 (a) et le cuivre pur (b). . . . .	53
2.13	Module d'Young en fonction de la température pour différents matériaux. Source : Ledbetter [43]. . . . .	53
2.14	Module d'Young en fonction de la température déterminé par analyse vibratoire pour le C68 (a) et le cuivre pur (b). . . . .	55
2.15	Potentiel interatomique $U$ , somme d'un potentiel répulsif $U_r$ et d'un potentiel attractif $U_a$ . . . . .	55
2.16	Variation du coefficient de dilatation thermique linéique en fonction de la température pour les métaux (a) et les alliages (b). Source : Ekin [22]. . . . .	57
2.17	Variation de la contrainte initiale en fonction de la température pour différentes nuances d'acier. Source : Naamane [54]. . . . .	59
2.18	Variation du module d'Young en fonction de la friction du réseau pour une direction de traction $[\bar{1}11]$ (a) et $[\bar{1}23]$ (b). . . . .	59
3.1	Simulation d'un cycle de charge, décharge, recharge grâce au modèle hybride compartimenté (a) et détail de la boucle d'hystérésis (b). . . . .	62
3.2	Machine de caractérisation portative pour ligne de production. . . . .	65
3.3	Schéma de principe du test de compression radiale d'anneau. . . . .	66
3.4	Anneau non déformé (a) ; anneau en fin d'essai (b). . . . .	66
3.5	Déformation anticlastique concave expérimentale (a) et simulée numériquement avec un modèle phénoménologique de type Hollomon (b). . . . .	67
3.6	Courbe caractéristique force-déplacement d'un essai de compression radiale d'anneau. . . . .	67
3.7	Courbe de référence expérimentale force-déplacement issue des essais de compression radiale d'anneau. . . . .	69
3.8	Découpe des éprouvettes de traction dans l'épaisseur du tube. . . . .	69
3.9	Grilles non déformée (a) et déformée (b), issues du logiciel 7D. . . . .	70
3.10	Courbe de référence expérimentale contraintes vraies-déformations vraies issues des essais de traction uni-axiaux. . . . .	70
3.11	Courbes force-déplacement en fonction du nombre d'éléments pour une modélisation 3D : modèle Hollomon (a) ; modélisation hybride (b). . . . .	72
3.12	Courbes force-déplacement en fonction du type d'éléments : modélisation Hollomon (a) ; modélisation hybride (b). . . . .	73

3.13	Courbes optimisées par rapport aux courbes de références : optimisation sur un essai de traction pour un modèle Hollomon (a) et hybride (b) ; optimisation sur un essai de compression radiale d'anneau pour un modèle Hollomon (c) et hybride (d).	75
3.14	Simulations croisées : simulation d'un essai de traction pour un modèle Hollomon (a) et hybride (b) avec les paramètres identifiés sur un essai de compression d'anneau ; simulation d'un essai de compression radiale d'anneau pour un modèle Hollomon (c) et hybride (d) avec les paramètres identifiés sur un essai de traction uni-axiale.	76
3.15	Cartographie des contraintes de von Mises pour l'essai de compression d'anneau pour un déplacement maximum du plateau mobile : modèle Hollomon (a) ; modèle hybride (b).	78
3.16	Géométries expérimentales et simulées après retour élastique : modélisation Hollomon (a) ; modélisation hybride (b).	78
3.17	En haut : striction diffuse, en bas : striction localisée. Source : Col [13].	80
3.18	Apparition de plissement lors d'une mise en forme d'emboutissage de type godet. Source : Lang <i>et al.</i> [42].	80
3.19	Apparition de plissement lors d'un essai de traction. Source : Vollertsen <i>et al.</i> [78].	81
3.20	Schéma de principe du pliage en U. Source : Lee <i>et al.</i> [44].	81
3.21	Profils expérimentaux de l'essai de pliage en U (a) et différence entre les angles de pliage expérimentaux et simulés (b). Source : Lee <i>et al.</i> [44].	82
3.22	Courbes contrainte-déformation lors d'un essai de traction pour différentes valeurs du paramètre $\Phi$ . Source : Ben Hmida <i>et al.</i> [6].	82
3.23	Distribution des dislocations dans les grains de la section (a) et dans les grains de surface (b) de la tôle. Source : Myazaki <i>et al.</i> [51].	83
3.24	Poches de lubrifiant ouvertes et fermées (a) et influence de l'effet d'échelle sur la densité des poches de lubrification (b). Source : Engel et Eckstein [23].	84
3.25	Anisotropie de déformation du CuNi18Zn20 en fonction de l'épaisseur $\lambda$ de la tôle. Source : Kals et Eckstein [38].	85
3.26	Variation de la ductilité en fonction de la taille de grains et de l'épaisseur de tôle pour le CuNi18Zn20 et le CuZn15. Source : Kals et Eckstein [38].	85
3.27	Faciès de rupture pour $\Phi = 15$ (a), pour $\Phi = 8,5$ (b) et pour $\Phi = 4,8$ (c). Source : Keller [41].	86
3.28	Courbes de référence et incertitudes associées pour un alliage d'Al à différentes épaisseurs. Source : Fülöp <i>et al.</i> [27].	86
3.29	Mécanismes de durcissement structural par solution solide (a), par précipités (b) et par joints de grains (c). Source : Ashby <i>et al.</i> [2].	87
3.30	Effet de la taille des éléments de substitution sur la limite élastique des alliages de cuivre (a), source : Askeland <i>et al.</i> [3] et diagramme de phase du système Cu-Be (b).	88

3.31 Détermination de l'orientation de la microstructure par analyse EBSD. Source : LEM3. . . . .	89
3.32 Vue isométrique (a) et dimensions principales représentatives du connecteur (b). . . . .	90
3.33 Procédé de cambrage avec matrice et poinçon (a), pièce avant mise en forme (b) et pièce après cambrage(c). . . . .	90
3.34 Modélisation de la géométrie du demi connecteur. Symétries suivant l'axe X (a) et suivant l'axe Z (b). . . . .	91
3.35 Courbe de référence en traction uni-axiale du CuBe2 pour différentes vitesses de déformation. Source : LIMATB. . . . .	92
3.36 Courbe de référence identifiée sur un essai d'expansion bi-axiale par un modèle d'écrouissage isotrope de type Hockett-Sherby. Source : LIMATB. . . . .	92
3.37 Courbe de référence identifiée sur des essais de cisaillement cycliques par un modèle d'écrouissage cinématique de type Armstrong-Frederick + Prager. Source : LIMATB. . . . .	93
3.38 Courbes de référence issues d'un essai de traction uni-axiale pour 3 orientations (a) et coefficients d'anisotropie (b). Source : LIMATB. . . . .	95
3.39 Prise en compte de la décroissance du module d'Young en fonction de la déformation plastique par un modèle de Yoshida-Uemori. . . . .	95
3.40 Microstructure de 2000 grains issue d'une germination de type Voronoï pour le demi-connecteur. . . . .	97
3.41 Simulation par le modèle de plasticité cristalline du déplacement du point A en fonction du temps avec un schéma dynamique explicite. . . . .	98
3.42 Courbe de référence issue d'une optimisation d'un essai de traction uni-axiale pour le modèle de plasticité cristalline. . . . .	99
3.43 Courbe de référence issue d'une optimisation d'un essai de traction uni-axiale pour le modèle hybride compartimenté. . . . .	100
3.44 Cartographie des contraintes pour le modèle phénoménologique (a) le modèle de plasticité cristalline (b) et le modèle compartimenté (c). . . . .	101
3.45 Retour élastique (a) et définition de l'angle de retour élastique $\theta$ (b). . . . .	102
3.46 Comparaison des profils simulés du connecteur pour les trois modélisations. . . . .	103
3.47 Anisotropie du module d'Young en fonction de l'angle par rapport à la direction de laminage. Source : LIMATB. . . . .	108





3.6	Valeur d'erreur $\mathcal{E}$ des courbes force-déplacement ou contraintes-déformations simulées pour les configurations suivantes. <i>Type</i> : <i>Direct</i> si les paramètres plastiques sont identifiés sur un essai et l'erreur est déterminée sur le même essai et <i>Croisé</i> autrement. <i>Source</i> : l'essai dont sont issus les paramètres plastiques. <i>Simu.</i> : le type d'essai simulé à la base du calcul d'erreur ( <i>T</i> : essai de traction, <i>C</i> : compression d'anneau). $\mathcal{E}_i$ : erreur de la courbe issue de la simulation à la courbe expérimentale. $\Delta_i$ : variation de l'erreur entre un type <i>Croisé</i> et <i>Direct</i> . . . . .	77
3.7	Fiche produit de la nuance de cuivre-béryllium de l'application de cambrage de connecteur. . . . .	87
3.8	Paramètres du modèle d'écrouissage isotrope de Hockett-Sherby. Source : LIMATB. . . . .	93
3.9	Paramètres du modèle d'écrouissage cinématique de Armstrong-Frederick + Prager. Source : LIMATB. . . . .	93
3.10	Paramètres du modèle anisotrope de Bron et Besson. Source : LIMATB. . . . .	95
3.11	Paramètres du modèle de plasticité cristalline. Source : Fivel [25]. . . . .	98
3.12	Paramètres du modèle hybride compartimenté pour le CuBe2. . . . .	99
3.13	Temps de calcul pour chacune des simulations de cambrage. . . . .	100
3.14	Valeur de l'angle de retour élastique pour les 3 modélisations. . . . .	102

- [1] P. J. Armstrong and C. O. Frederick. *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*. Central Electricity Generating Board [and] Berkeley Nuclear Laboratories, Research & Development Department, 1966.
- [2] M. F. Ashby, H. Shercliff, and D. Cebon. *Materials : engineering, science, processing and design*. Butterworth-Heinemann, 2013.
- [3] D. Askeland, P. Fulay, and W. Wright. *The science and engineering of materials*. Cengage Learning, 2010.
- [4] P. Balland, C. Déprés, R. Billard, and L. Tabourot. Physically based kinematic hardening modelling of single crystal. *AIP Conference Proceedings*, 1353 :91–96, 2011.
- [5] C. Baxevanakis. *Comportement statistique à rupture des composites stratifiés*. PhD thesis, 1994.
- [6] R. Ben Hmida, S. Thibaud, F. Richard, and P. Malécot. Influence de la taille de grain initiale sur le procédé de formage incrémental des tôles en faibles épaisseurs Abstract :. In *CFM*, pages 1–6, 2013.
- [7] S. Blassiau. *Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d’un composite unidirectionnel carbone/epoxy et prédiction de durée de vie : contrôle et qualification de réservoirs bobinés*. PhD thesis, 2007.
- [8] F. Bron. *Déchirure ductile des tôles minces en alliage d’aluminium 2024 pour application aéronautique*. PhD thesis, 2010.
- [9] O. Calme, D. Bigaud, and P. Hamelin. 3D braided composite rings under lateral compression. *Composites Science and Technology*, 65(1) :95–106, 2005.
- [10] L. Charleux, L. Bizet, V. Keryvin, and M. Issak. abapy : Abapy\_v1.0, may 2015.
- [11] Z. Chen, U. Gandhi, J. Lee, and R. H. Wagoner. Variation and consistency of Young’s modulus in steel. *Journal of Materials Processing Technology*, 227 :227–243, 2016.
- [12] R. M. Cleveland and a. K. Ghosh. Inelastic effects on springback in metals. *International Journal of Plasticity*, 18(5-6) :769–785, 2002.



- [13] A. Col. Emboutissage des tôles : Importance des modes de déformation. *Techniques de l'ingénieur : Mise en forme des métaux en feuilles*, bm7510 :17, 2014.
- [14] C. De Sansal. *Plasticité et effet de taille dans les polycristaux à grains micrométriques : simulations mésoscopiques et modélisation*. PhD thesis, 2007.
- [15] J.E. Dennis and D.J. Woods. Optimization on microcomputers : The Nelder-Mead simplex algorithm. *New computing environments : microcomputers in large-scale computing*, pages 116–122, 1987.
- [16] C. Déprés, M. Fivel, and L. Tabourot. A dislocation-based model for low-amplitude fatigue behaviour of face-centred cubic single crystals. *Scripta Materialia*, 58(12) :1086–1089, 2008.
- [17] C. Déprés, C. Manole, P. Balland, F. Degré, L. Tabourot, and V. Pouzols. Plasticity of crystalline materials : from dislocations to continuum. Wiley-ISTE, 2011.
- [18] J. A. DeRuntz and P. G. Hodge. Crushing of a Tube Between Rigid Plates. *Journal of Applied Mechanics*, 30(3) :391, sep 1963.
- [19] S. Eckardt. *Nonlinear Simulation of Concrete*. PhD thesis, 2009.
- [20] P. A. Eggertsen and K. Mattiasson. On constitutive modeling for springback analysis. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(6) :804–818, 2010.
- [21] P. A. Eggertsen and K. Mattiasson. Experiences from experimental and numerical spring-back studies of a semi-industrial forming tool. *International Journal of Material Forming*, 5(4) :341–359, 2011.
- [22] J. Ekin. *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements*. Oxford University Press, 2006.
- [23] U. Engel and R. Eckstein. Microforming : from basic research to its realization. *Journal of Materials Processing Technology*, 125-126 :35–44, sep 2002.
- [24] F. Fakhari Tehrani, J. Absi, F. Allou, and C. Petit. Heterogeneous numerical modeling of asphalt concrete through use of a biphasic approach : Porous matrix/inclusions. *Computational Materials Science*, 69 :186–196, 2013.
- [25] M. Fivel. Etudes numériques à différentes échelles de la déformation plastique des monocristaux de structure CFC. 1997.
- [26] S. Forest and M. Fivel. Plasticité cristalline et transition d'échelle : cas du monocristal. In *Techniques de l'ingénieur*, volume 33, pages 0–11. Editions T.I., 2013.
- [27] T. Fülöp, W. A. M. Brekelmans, and M. G. D. Geers. Size effects from grain statistics in ultra-thin metal sheets. *Journal of Materials Processing Technology*, 174 :233–238, 2006.
- [28] T. Furushima, K. Nakata, K. Manabe, and S. Alexandrov. Constitutive Modeling of Free Surface Roughening in Sheet Metal Considering Microscopic Inhomogeneity Based on Hardness Distribution. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, 3(12) :1285–1296, 2009.

- [29] T. Furushima, H. Tsunazaki, T. Nakayama, K. Manabe, and S. Alexandrov. Prediction of Surface Roughening and Necking Behavior for Metal Foils by Inhomogeneous FE Material Modeling. In *Key Engineering Materials*, volume 554-557, pages 169–173, jun 2013.
- [30] S. Häfner, S. Eckardt, T. Luther, and C. Könke. Mesoscale modeling of concrete : Geometry and numerics. *Computers and Structures*, 84(7) :450–461, 2006.
- [31] E. O. Hall. The Deformation and Ageing of Mild Steel : III Discussion of Results. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 64(9) :747–753, 1951.
- [32] H. Heinz, R. A. Vaia, B. L. Farmer, and R. R. Naik. Accurate Simulation of Surfaces and Interfaces of Face-Centered Cubic Metals Using 12-9 and 9-6 Lennard-Jones Potentials. *J. Phys. Chem. C*, 112(44) :17281–17290, 2008.
- [33] R. Hill. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 193, pages 281–297. The Royal Society, 1948.
- [34] J. H. Hollomon. Tensile deformation. *Trans AIME*, 168 :268–290, 1945.
- [35] W.F. Hosford. *The Mechanics of Crystals and Textured Polycrystals*. Oxford Science Publication, 1993.
- [36] G. R. Johnson and W. H. Cook. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. In *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics*, volume 21, pages 541–547. International Ballistics Committee, 1983.
- [37] Y. Joliff, J. Absi, M. Huger, and J. C. Glandus. Experimental and numerical study of the room temperature elastic modulus of model materials with partly bonded matrix/particles interfaces. *Computational Materials Science*, 39(2) :267–273, 2007.
- [38] T. A. Kals and R. Eckstein. Miniaturization in sheet metal working. *Journal of Materials Processing Technology*, 103 :95–101, 2000.
- [39] Y. Kamimura, K. Edagawa, and S. Takeuchi. Experimental evaluation of the Peierls stresses in a variety of crystals and their relation to the crystal structure. *Acta Materialia*, 61(1) :294–309, 2013.
- [40] M. Kato, M. Nazul, T. Itti, H. Akebono, A. Sugeta, and E. Mitani. Effects of coating thickness and interfacial roughness on cracking and delamination strength of WC-Co coating measured by ring compression test. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, 61 :012024, 2014.
- [41] C. Keller. *Etude expérimentale des transitions volume/surface des propriétés mécaniques du nickel polycristallin de haute pureté*. PhD thesis, Université de Caen, 2009.
- [42] L. Lang, J. Danckert, and K. B. Nielsen. Investigation into hydrodynamic deep drawing assisted by radial pressure : Part I. Experimental observations of the forming process of aluminum alloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 148 :119–131, 2004.

- [43] H.M. Ledbetter. Temperature behaviour of Young's moduli of forty engineering alloys. *Cryogenics*, 22(12) :653–656, 1982.
- [44] M. G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, and K. Chung. Spring-back evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions, part III : applications. *International Journal of Plasticity*, 21 :915–953, 2005.
- [45] X. Li, Y. Yang, Y. Wang, J. Bao, and S. Li. Effect of the material-hardening mode on the springback simulation accuracy of V-free bending. *Journal of Materials Processing Technology*, 123(2) :209–211, 2002.
- [46] F. Louchet, J. Weiss, and T. Richeton. Hall-petch law revisited in terms of collective dislocation Dynamics. *Physical Review Letters*, 97(7) :23–27, 2006.
- [47] H. N. Lu, D. B. Wei, Z. Y. Jiang, X. H. Liu, and K. Manabe. Modelling of size effects in microforming process with consideration of grained heterogeneity. *Computational Materials Science*, 77 :44–52, 2013.
- [48] P. Ludwik. *Elemente der Technologischen Mechanik*. Springer Berlin Heidelberg, 1909.
- [49] E. D. Marquardt, J. P. Le, and R. Radebaugh. Cryogenic Material Properties Database. *11th International Cryocooler Conference*, 12(6) :1–7, 2000.
- [50] M. Merzoug, M. Mazari, L. Berrahal, and A. Imad. Parametric studies of the process of friction spot stir welding of aluminium 6060-T5 alloys. *Materials and Design*, 31(6) :3023–3028, 2010.
- [51] S. Miyazaki, K. Shibata, and H. Fujita. Effect of specimen thickness on mechanical properties of polycrystalline aggregates with various grain sizes. *Acta Metallurgica*, 27 :855–862, 1979.
- [52] F. Montheillet and F. Moussy. *Physique et mécanique de l'endommagement*. Les Editions de Physique, 1986.
- [53] F. Morestin and M. Boivin. On the necessity of taking into account the variation in the young modulus with plastic strain in elastic-plastic software. *Nuclear Engineering and Design*, 162(1) :107–116, 1996.
- [54] S. Naamane. *Etude de la déformation plastique de la ferrite à basse température : simulations de dynamique des dislocations*. PhD thesis, 2008.
- [55] M. Nemat-Alla. Reproducing hoop stress-strain behavior for tubular material using lateral compression test. *International Journal of Mechanical Sciences*, 45(4) :605–621, 2003.
- [56] N. J. Petch. The Cleavage Strength Of Polycrystals. *Iron Steel Inst.*, 173 :25–28, jan 1953.
- [57] T. Pottier, P. Vacher, F. Toussaint, H. Louche, and T. Coudert. Out-of-plane Testing Procedure for Inverse Identification Purpose : Application in Sheet Metal Plasticity. *Experimental Mechanics*, 52(7) :951–963, oct 2011.

- [58] G. Rathnaweera, Y. Durandet, D. Ruan, and S. Kinoshita. Characterizing the Material Properties of a Tube from a Lateral Compression Test. *International Journal of Protective Structures*, 2(4) :465–476, 2011.
- [59] J. Raujol-Veillé. *Simulation d'un procédé de formage incrémental . Application sur une étude de cas industriel* . PhD thesis, 2012.
- [60] J. Raujol-Veillé, F. Toussaint, L. Tabourot, M. Vautrot, and P. Balland. Experimental and numerical investigation of a short, thin-walled steel tube incremental forming process. *Journal of Manufacturing Processes*, 19 :59–66, 2015.
- [61] T. Y. Reddy and S. R. Reid. Effect of strain hardening on the lateral compression of tubes between rigid plates. *International Journal of Solids and Structures*, 14(3) :213–225, 1978.
- [62] T. Y. Reddy and S. R. Reid. On obtaining material properties from the ring compression test. *Nuclear Engineering and Design*, 52(2) :257–263, 1979.
- [63] T. Y. Reddy and S. R. Reid. Phenomena associated with the crushing of metal tubes between rigid plates. *International Journal of Solids and Structures*, 16(6) :545–562, 1980.
- [64] M. Rieth. *Nano-engineering in Science and Technology : an Introduction to the World of Nano-design*. World Scientific, 2003.
- [65] B. W. Rosen. Tensile failure of fibrous composites. *AIAA journal*, 2(11) :1985–1991, 1964.
- [66] M. Sauzay and P. Gilormini. Inclusion élastoplastique en surface. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series {IIB} - Mechanics-Physics-Astronomy*, 328 :117–122, 2000.
- [67] N.A. Sene. *Etudes expérimentales et numériques de la micro-formabilité des matériaux métalliques de faible épaisseur*. PhD thesis, 2010.
- [68] L. Sun and R. H. Wagoner. Complex unloading behavior : Nature of the deformation and its consistent constitutive representation. *International Journal of Plasticity*, 27(7) :1126–1144, 2011.
- [69] L. Tabourot. *Loi de comportement élastoviscoplastique du monocristal en grandes transformations*. PhD thesis, 1992.
- [70] L. Tabourot, P. Balland, L. Bizet, A. Maati, and V. Pouzols. Modélisation du comportement élasto-plastique des tôles par un modèle compartimenté. *Csma 2013*, pages 1–8, 2013.
- [71] L. Tabourot, P. Balland, J. Raujol-Veillé, M. Vautrot, C. Déprés, and F. Toussaint. Compartmentalized model for the mechanical behavior of titanium. *Key Engineering Materials*, 504-506 :673–678, 2012.
- [72] C. Thomas. *Etude des mécanismes d'endommagement des composites fibres de carbone / matrice polyamide : application à la réalisation de réservoirs de stockage de gaz sous haute pression de type IV*. PhD thesis, 2011.
- [73] J. F. Unger and C. Könke. Simulation of concrete using the extended finite element method. In *Proceedings of international conference on computational modelling of concrete structures (EURO-C 2006)*, pages 239–247. Balkema, 2006.

- [74] H. Utsunomiya, M. P. F. Sutcliffe, H. R. Shercliff, P. Bate, and D. B. Miller. Evolution of matt surface topography in aluminium pack rolling. Part I : model development. *International Journal of Mechanical Sciences*, 46(9) :1365–1375, 2004.
- [75] H. Utsunomiya, M. P. F. Sutcliffe, H. R. Shercliff, P. Bate, and D. B. Miller. Evolution of matt surface topography in aluminium pack rolling. Part II : Effect of material properties. *International Journal of Mechanical Sciences*, 46(9) :1365–1375, 2004.
- [76] P. Vacher, S. Dumoulin, F. Morestin, and S. Mguil-Touchal. Bidimensional strain measurement using digital images. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(8) :811–817, 1999.
- [77] M. Vautrot. *Étude du comportement mécanique des matériaux dans des conditions étendues de vitesses et de températures : application à l’acier C68 dans le cas d’une opération*. PhD thesis, 2012.
- [78] F. Vollertsen, H. Schulze Niehoff, and Z. Hu. State of the art in micro forming. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 46 :1172–1179, 2006.
- [79] R. H. Wagoner, J. F. Wang, and M. Li. Springback. In *Metalworking : Sheet Forming(ASM Handbook)*, chapter 14B, pages 733–755. 2006.
- [80] W. Weibull. A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 9 :293–296, 1951.
- [81] F. Yoshida and T. Uemori. A model of large-strain cyclic plasticity and its application to springback simulation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 45(10) :1687–1702, 2003.
- [82] S. L. Zang, J. Liang, and C. Guo. A constitutive model for spring-back prediction in which the change of Young’s modulus with plastic deformation is considered. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(11) :1791–1797, 2007.



---

## **Caractérisation et modélisation du comportement thermomécanique des matériaux métalliques : vers la prise en compte des hétérogénéités micro-structurales intrinsèques**

La prédiction de la géométrie d'une pièce mise en forme par déformation plastique grâce à un logiciel de calcul par éléments finis (EF) s'effectue en suivant séquentiellement différentes étapes : la caractérisation thermo-mécanique du matériau, la modélisation de son comportement et son intégration dans un logiciel EF, puis la mise en données et la simulation de l'opération de formage. La phase de modélisation consiste entre autres à identifier quel type de modèle de comportement est le plus approprié pour prédire les réactions du matériau lors de l'opération de formage. Ces modèles sont essentiellement développés dans le cadre de la mécanique des milieux continus (MMC). L'hypothèse forte, si ce n'est centrale, de la MMC consiste à considérer que les variables qui servent à déterminer le comportement du matériau sont continues et dérivables. Cependant, les connaissances les plus élémentaires de métallurgie indiquent que les grandeurs locales dans les matériaux métalliques sont discontinues. La majorité des modèles de comportement mécanique des matériaux métalliques repose sur la définition d'un volume élémentaire représentatif dont la taille est assez grande pour permettre une homogénéisation de la description du comportement en gommant l'influence des hétérogénéités locales.

L'objet de ces travaux est de montrer que la prise en compte des hétérogénéités locales dans la modélisation du comportement des matériaux métalliques est pertinente et contribue à l'amélioration de la prédiction des simulations d'opérations de mise en forme en élargissant le potentiel prédictif des modèles ainsi construits. Un modèle élasto-plastique prenant en compte les hétérogénéités locales est alors proposé.

**Mots clés :** hétérogénéités, module d'Young, DDD, modèles phénoménologiques, plasticité cristalline.

---

## **Characterization and modelling of the thermo-mechanical behaviour of metallic materials : towards the consideration of intrinsic micro-structural heterogeneities**

To predict the shape of a formed part during its finite element simulation, several steps are needed: thermo-mechanical characterization of the material, definition of the most relevant model and integration of this model in the FE software and finally data converting and computer simulation of the forming process. The modelling phase consists of, among other things, identifying of the most appropriate model to predict the experimental material behaviour. These models are essentially developed within the framework of continuum mechanics (CM). A strong assumption of the CM, if not the main, consists of considering that mechanical description variables are continuous and differentiable. However, the basic knowledge of metallurgy indicates that local data in metallic materials are discontinuous. For metallic materials, the majority of constitutive models are based on the definition of a representative volume element (RVE). This RVE is supposed to be large enough to prevent the incidence of local heterogeneities. Then these constitutive models are assumed to be homogeneous. The aim of this work is to show that introducing local heterogeneities in the description of constitutive models is relevant and contributes to improving the simulation accuracy. Such models also allows for the enhancement of the simulation predictive potential. Then an elastoic-plastic model, based on local heterogeneities description, is proposed.

**Key words :** heterogeneities, Young's modulus, DDD, phenomenological models, crystal plasticity.